

Ш.Б.МАДАЛИЕВ

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Учебник

Тошкент – 2025

**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И
ИННОВАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**СОВМЕСТНЫЙ БЕЛОРУССКО-УЗБЕКСКИЙ МЕЖОТРАСЛЕВОЙ
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ КВАЛИФИКАЦИЙ В
ГОРОДЕ ТАШКЕНТЕ**

Ш.Б.МАДАЛИЕВ

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

**(Учебник для студентов вузов обучающихся по специальностям
направлений “Организация дорожного движения”)**

Тошкент – 2025

Рекомендовано Советом Совместного Белорусско-Узбекского
межотраслевого института прикладных технических квалификаций в городе
Ташкенте от ____ 2025 года протоколом № ____

В учебнике содержатся сведения по предмету, применяемых в машинах и механизмах, в сельском хозяйстве и машиностроении, их устройствах, классификациях, принципах действия, областях применения.

При этом имеются рекомендации и инструкции по определению соответствующих показателей гидропневматического и гидропневматического оборудования, их расчету и выбору, а также правильной эксплуатации

Составитель:

Ш.Б.Мадалиев

Рецензенты:

**© СОВМЕСТНЫЙ БЕЛОРУССКО-УЗБЕКСКИЙ МЕЖОТРАСЛЕВОЙ
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ КВАЛИФИКАЦИЙ В
ГОРОДЕ ТАШКЕНТЕ, (СБУ МИПТК) 2024 г. 290с.**

Оглавление

РАЗДЕЛ 1. ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ И ИССЛЕДОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ	8
1. Структурный анализ механизмов	8
1.1. Основные понятия и определения. Введение	8
1.2. Механика машин	8
1.3. Кинематические пары и их классификация	11
1.4. Кинематические цепи	12
1.5. Строение механизмов	13
1.6. Структурная формула кинематической цепи общего типа	15
1.7. Структурная формула плоской кинематической цепи	17
2. Кинематика точки и твердого тела	19
2.1. Введение в кинематику	19
2.2. Способы задания движения материальной точки	20
2.3. Вектор скорости и ускорения материальной точки	23
2.4. Поступательное движение твердого тела	33
2.5. Вращательное движение твердого тела вокруг неподвижной оси	34
2.5.1. Угловая скорость и угловое ускорение вращающегося тела	35
2.5.2. Определение скорости и ускорения произвольной точки тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, естественным способом	38
2.5.3. Вектор линейной скорости и ускорения	39
2.5.4. Передача вращательного движения от одного тела к другому	42
2.6. Плоскопараллельное движение твердого тела	44
2.6.1. Свойства и уравнения плоскопараллельного движения	44
2.6.2. Траектория произвольной точки на плоской фигуре	45
2.6.3. Определение скорости точек плоской фигуры	46
2.6.4. Ускорение произвольной точки тела при плоскопараллельном движении	47
2.6.5. Определение мгновенного центра скоростей точек плоской фигуры	49
2.7. Сложное движение точки	51
3. Кинематическое исследование механизмов	57
3.1. Строение плоских механизмов	57
3.2. Структурная классификация плоских механизмов	59
3.3. Кинематика механизмов	62
3.4. Кинематика передаточных механизмов	70
4. Динамика материальной точки, механической системы и твердого тела	80
4.1. Основные понятия	80
4.2. Механическая система. Внутренние и внешние силы	84
5. Динамика механизмов	88
5.1 Введение в динамический анализ механизмов. Силы действующие на звенья механизма	88

6. Силовой расчет и уравнивание механизмов.	91
6.1.Режим движения машины.....	91
6.2.Механический коэффициент полезного действия	93
6.3.Динамический анализ движения механизмов машины	94
7. Трение и изнашивание в механизмах.	96
8.Виды и стадии изнашивания.	100
РАЗДЕЛ 2. ОСНОВЫ РАСЧЕТОВ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ	106
9. Основные понятия в сопротивлении материалов.....	106
9.1. Введение. Основные понятия и гипотезы.	106
9.2.Прочность, жёсткость, устойчивость. Классификация нагрузок, влияющих на конструкцию.	108
9.3.Метод разреза. Продольные, поперечные и полные напряжения	110
10. Растяжение и сжатие.	112
11.Геометрические характеристики плоских сечений.	120
12. Сдвиг и кручение.	126
12.1.Напряжение и деформация при сдвиге.	126
12.2. Кручение. Деформация при кручении. Крутящий момент	128
12.3.Условия натяжения, прочности и жёсткости на кручение	129
12.4.Расчет валов на прочность.....	131
13.Изгиб.....	132
13.1.Основные понятия.	132
13.2.Внутренние усилия при изгибе.	133
13.3. Построение эпюры поперечной силы и изгибающего момента.	134
14. Сложное сопротивление.	138
14.1.Понятия о теории прочности.....	138
14.2.Изгиб в двух плоскостях.....	140
14.3.Изгиб с кручением.....	142
15.Устойчивость сжатых стержней.	144
16.Местные и контактные напряжения	148
16.1.Циклическая нагрузка. Усталость металла (усталость).....	148
17.Прочность при переменных напряжениях.	151
17.1.Динамическая загрузка. Динамические коэффициенты.....	151
17.2. Расчет деталей машины при динамической нагрузке.....	154
17.3.Динамическая нагрузка.....	157
РАЗДЕЛ 3. РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ ДЕТАЛЕЙ МАШИН ОБЩЕГО НАЗНАЧЕНИЯ И ДЕТАЛЕЙ ОТРАСЛИ.	161
18. Детали машин и их классификация.	161
19.Механические передачи, их виды и краткая сравнительная характеристика.	166
20.Фрикционные передачи и вариаторы.	168

21. Ременные передачи	175
22. Зубчатые передачи.	183
22.1. Прямозубые и косозубые цилиндрические передачи.	183
22.1.1. Цилиндрические зубчатые передачи.	183
22.1.2. Энергетические и кинематические показатели цилиндрической зубчатой передачи.	186
22.1.3. Косозубые передачи.	190
22.1.4. Примеры расчета цилиндрических прямозубых и косозубых передач.	192
22.2. Коническая зубчатая передача.	195
22.2.1. Энергетические и кинематические показатели конической передачи.	197
22.2.2. Геометрические характеристики конической передачи.	200
22.2.3. Силы в конических зубчатых передачах.	202
22.2.4. Пример расчета конической зубчатой передачи.	203
23. Червячные передачи.	207
23.1. Энергетические и геометрические параметры червячной передачи.	209
23.2. Пример расчета червячных передач.	210
23.3. Проверка расчетного контактного напряжения на зубчатых колесах.	214
24. Цепные передачи.	216
24.1. Расчет цепных передач.	218
24.2. Силы в цепной передаче:	220
24.3. Пример расчета цепной передачи.	222
25. Передачи винт-гайка.	224
26. Механизмы прерывистого движения.	229
27. Валы и оси.	231
27.1. Классификация валов и осей.	231
27.2. Конструкции валов и осей.	235
27.3. Выбор материала для валов и осей.	237
27.4. Предварительный расчет валов.	238
27.5. Предварительный расчет диаметров вала и выбор подшипника.	241
28. Опоры валов и осей	242
28.1. Подшипники и их использование.	242
28.2. Основные понятия , выбор и расчет подшипников скольжения.	243
28.3. Расчет подшипников.	247
28.4. Основные понятия, выбор и расчет подшипников качения.	249
28.5. Классификация подшипников качения:	250
28.6. Материалы для подшипников качения.	253
29. Муфты.	258
30. Соединения деталей машин.	263

30.1.Соединения.....	263
30.2.Сварные соединения.	264
30.3.Заклепочные соединения.	267
30.4.Паяные соединения	268
30.5.Клеевые соединения.....	269
30.6.Клеммовые соединения.....	270
31. Резьбовые соединения, общая характеристика соединений.	271
31.1.Классификация резьб по назначению.....	272
31.2.Геометрические параметры резьбы.	273
31.3.Расчет резьбы на прочность.	274
32. Шпоночные, шлицевые, профильные и штифтовые соединения.....	275
32.1.Шпоночные соединения.	275
32.2.Шлицевые (зубчатые) соединения.....	279
32.3.Профильные соединения	282
32.4. Штифтовые соединения.....	283
Список литературы.....	287

РАЗДЕЛ 1. ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ И ИССЛЕДОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ

1. Структурный анализ механизмов

1.1. Основные понятия и определения. Введение

Наука о теории механизмов и машин является одной из основных инженерных наук и связана с предметами теоретическая механика, сопротивление материалов, детали машин.

Теория механизмов и машин (ТММ) изучает научные основы создания новых механизмов и машин, а также методы их теоретического и практического исследования. А результаты исследований дают возможность обобщить механизмы и создать оптимальные конструкции машин.

Теория механизмов и машин определяет уровень развития машиностроения, обеспечивает решение конструктивных и технологических задач, возникающих в машиностроении, является научной основой для научной оценки, обоснования и сравнения создаваемых механизмов.

В науке теории механизмов и машин решаются в основном две задачи:

- 1) анализ механизмов – при котором исследуются кинематически и динамически существующие механизмы;
- 2) синтез механизмов – при котором решаются задачи изучения и создания законов движения механизмов, выполняющих новый технологический процесс.

Наука о теории механизмов и машин делится на четыре части:

- а) строение и кинематический анализ механизмов;
- б) динамический анализ механизмов;
- в) синтез механизмов;
- ж) теоретические основы машин–автоматов.

1.2. Механика машин

Машины, созданные человеком, выполняют, управляют, автоматизируют, оптимизируют различные технологические процессы. Машины могут заменить некоторые человеческие органы. Например, манипулятор, протезы, искусственное сердце и т. д.

Под машиной понимаются искусственные устройства, созданные человеком для облегчения и повышения производительности труда человека, выполнения умственных и физиологических задач.

В зависимости от выполняемой функции машины делятся на следующие группы:

Энергетические машины - машины, предназначенные для преобразования любой энергии в механическую и наоборот, механической энергии в другие виды энергии. Например, электродвигатель, двигатель внутреннего сгорания, турбина, генератор и т. д.

Рабочие машины - машины, предназначенные для изменения материалов. Они подразделяются на транспортные и технологические машины. Транспорт функция машин заключается в изменении состояния материала или объекта. Например, автомобильный, железнодорожный и воздушный транспорт, транспортер, лифт и т. д. Функция технологических машин заключается в изменении формы, свойств и состояния обрабатываемого объекта или материала. Например, станки, металлургия, пищевые машины.

Информационные машины - машины для получения, передачи и преобразования информации. Они подразделяются на контрольно-измерительные и математические машины. Контрольно-измерительные машины служат для преобразования контрольно-измерительной информации, полученной с целью управления энергетическими или рабочими машинами. Например, контрольно-измерительные приборы, приборы автоматического управления, моделирующие машины. Математические машины—это машины, которые преобразуют информацию, полученную в виде различных математических изображений-запросов, представленных в виде определенных числовых алгоритмов. Например, счетные машины, компьютер, калькулятор.

Кибернетические машины-машины, имитирующие или заменяющие различные механические, физиологические, биологические процессы, присущие человеку и живой природе, а также имеющие элементы

искусственного интеллекта. Например, автооператор, робот, манипулятор, а также другие машины.

Система тел, предназначенная для изменения движения одного или нескольких тел в требуемое движение других тел, называется механизмом. Механизмы бывают механическими, гидравлическими, пневматическими, электрическими.

В зависимости от выполняемой функции механизмы подразделяются на следующие виды:

1) Механизмы двигателей. Они преобразуют различные виды энергии в механическую энергию (тепловые и электрические двигатели, паровая машина, турбина и т. д.).

2) Передаточные механизмы. Они передают необходимое движение от двигателя к технологической машине и исполнительным механизмам.

3) Исполнительные механизмы. Они напрямую связаны со средой разработки или влияет на объект, то есть изменяет их форму, состояние и свойства.

4) Механизмы управления, контроля и регулировки. Эти механизмы обеспечивают заданный технологический режим. Обеспечивает требуемый размер, вес, давление и т. д. с требуемой точностью.

5) Механизмы передачи, транспортировки, обеспечения, сортировки обрабатываемой среды или объекта. К ним относятся механизмы для передачи и транспортировки сыпучей и штучной продукции.

6) Механизмы автоматического подсчета, измерения, укладка готовой продукции.

Механика машин состоит из двух разделов:

1) Теория механизмов-изучает свойства образцовых механизмов, используемых в различных машинах, инструментах и устройствах.

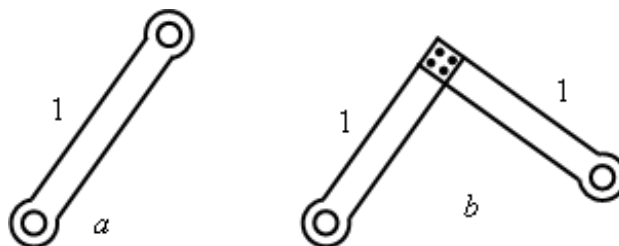
2) Теория машин – изучает взаимосвязанные сложные механизмы, составляющие машину, агрегаты машин, вопросы автоматического управления и регулировки машин.

1.3. Кинематические пары и их классификация

Механизм и машины состоят из определенных элементов, которые называются деталями.

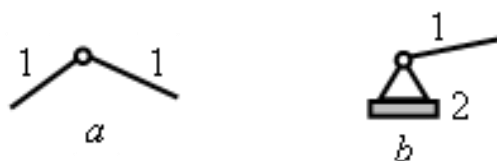
Деталь – любая неразборная часть устройства или конструкции, изготовленная отдельно. Например, болт, гайка, винт, зубчатое колесо, шкив, вал, поршень, клапан и т. Д.

Сплошное (целое) соединение одной детали или нескольких деталей называется звеном (звеном). Звенья различают по строению и движению в зависимости от описаний. Например, по конструкции: коленчатый вал, поршень, зубчатое колесо. По действию: кривошип, коромысло, шатун, кулиса, кулачек и др.



1.1-рис. Детали:
а – деталь (звено); б-неподвижное соединение (звено);
1-деталь

Звенья бывают подвижными и неподвижными. Неподвижное звено называется стойкой, основанием.



1.2-рис. Схематическое изображение звеньев:
а – с подвижным звеном; б-с одним неподвижным звеном;
1 – подвижное звено; 2-неподвижное звено

Подвижные соединения делятся на входные, выходные и промежуточные.

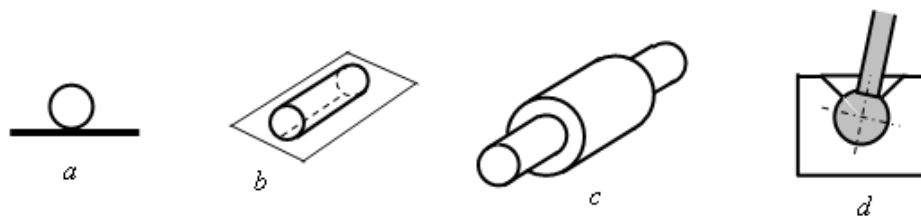
Входные звенья получают свое движение от предыдущего механизма, промежуточные звенья передают свое движение выходному звену, изменяя

его, а выходное звено передает свое измененное движение следующему механизму.

В основе действия механизма лежит движение звеньев относительно друг друга. Соединение двух звеньев, в котором одно может двигаться относительно другого, называется кинематической парой.

Звенья соединяются относительно друг друга поверхностью, линиями и точками. Соединительные характеристики определяют элементы звеньев. Если соединительными элементами звеньев являются точка или линия, то это высшая кинематическая пара, если поверхность – низшая кинематическая пара. В низших парах происходит геометрическое сцепление, при котором происходит относительное сцепление элементов в поступательном, вращательном и винтовом движениях. Например, цилиндрические и сферические шарниры, подшипники скольжения. Однако в высших парах сила-это сцепление, и относительное скольжение или скольжение элементов может быть разделено. Например, шарикоподшипники, ролики, колеса и др.

Кинематические пары могут быть плоскими и пространственными. Если кинематические пары двигаются только по параллельным плоскостям, то они плоские, иначе вычисляются пространственные пары.



1.3-рис. Кинематические пары:

a – сферическая высшая; *b* – цилиндрическая высшая; *c* – цилиндрическая низшая;
d-сферическая низшая.

1.4.Кинематические цепи

Система соединенных подвижных звеньев, образующих кинематические пары, называется кинематической цепью. В этом количество звеньев будет как минимум 2.

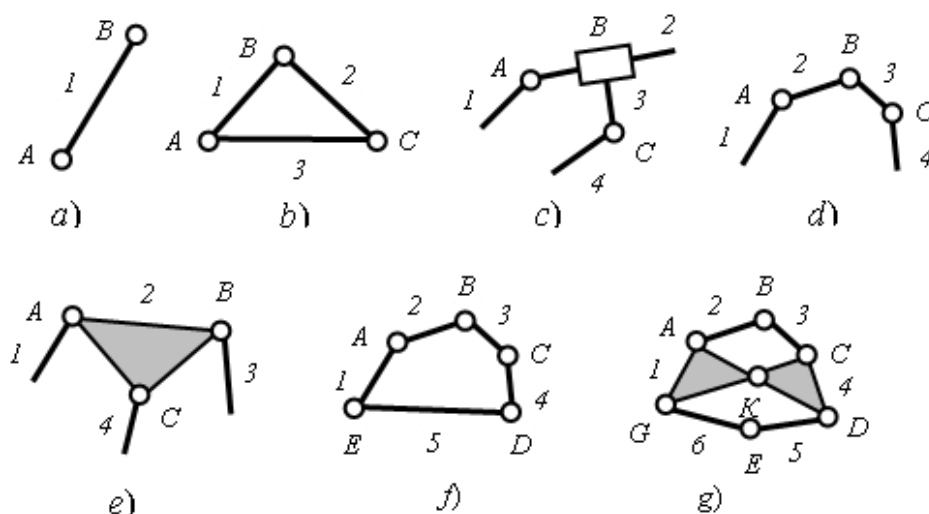
Кинематические цепи бывают открытыми, замкнутыми, плоскими и пространственными.

В открытых цепях звенья входят только в одну пару, при этом цепь разомкнута, а концы не соединены.

В замкнутых цепях все звенья входят как минимум в две кинематические пары, образуя замкнутый контур.

Если все точки в цепочке движутся по параллельным плоскостям, цепь будет плоской, если по пересекающимся плоскостям – цепь будет пространственной.

В зависимости от количества звеньев цепи бывают 3-звенными, 4-звенными и т.д.



1.4-рис. Кинематические схемы звеньев и цепей:

a) звено, входящее в две вращающиеся кинематические пары; б) звено, входящее в три вращающиеся кинематические пары; c), d) и e) открытая кинематическая цепь из четырёх звеньев; f) закрытая кинематическая цепь из пяти звеньев; g) закрытая кинематическая цепь из шести звеньев.

1.5. Строение механизмов.

Кинематические схемы механизмов

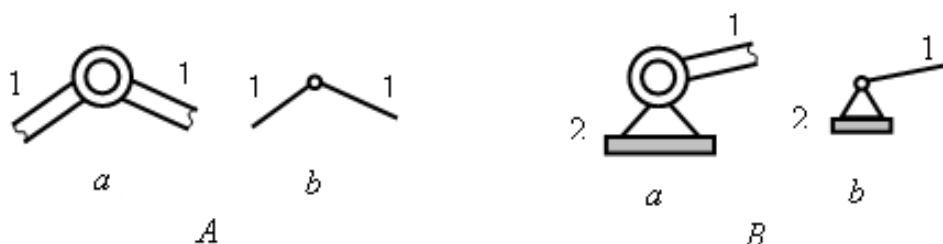
Для проверки движения механизмов необходимо знать взаимосвязь между звеньями, кинематическими парами и их размеры.

Условное изображение механизма, в котором шарнирно-кинематические пары представлены условными обозначениями, указанными по стандарту, называется кинематической схемой. В кинематических схемах форма звеньев дается упрощенно, для кинематического расчета указываются геометрические размеры, скорость, ускорение и др. На схемах звенья обозначаются цифрами,

а пары и точки буквами. Большими латинскими буквами обозначен центр шарниров.

Кинематическая схема строится в выбранном масштабе с точным соблюдением формы и размеров, зависящих от движения звеньев. Элементы, не зависящие от движения, не отображаются, чтобы не усложнять чертёж.

Кинематические цепи бывают простыми и сложными. В простых кинематических цепях любое звено состоит из двух пар. Однако в сложных кинематических цепях не менее двух (трех) кинематических пар.

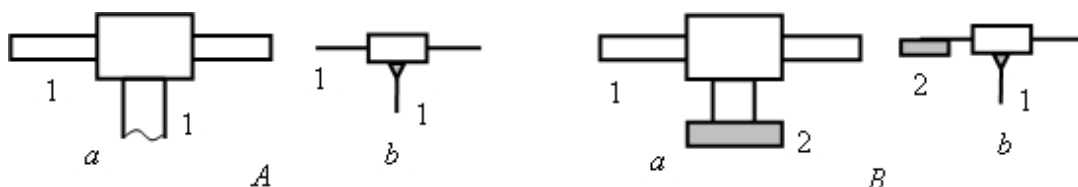


1.5- рис. Схематическое изображение вращающихся пар:

А – с подвижным шарниром; В-с одним неподвижным шарниром;

а – схематическое конструктивное изображение; б-условное кинематическое изображение;

1 – подвижные и 2-неподвижные звенья

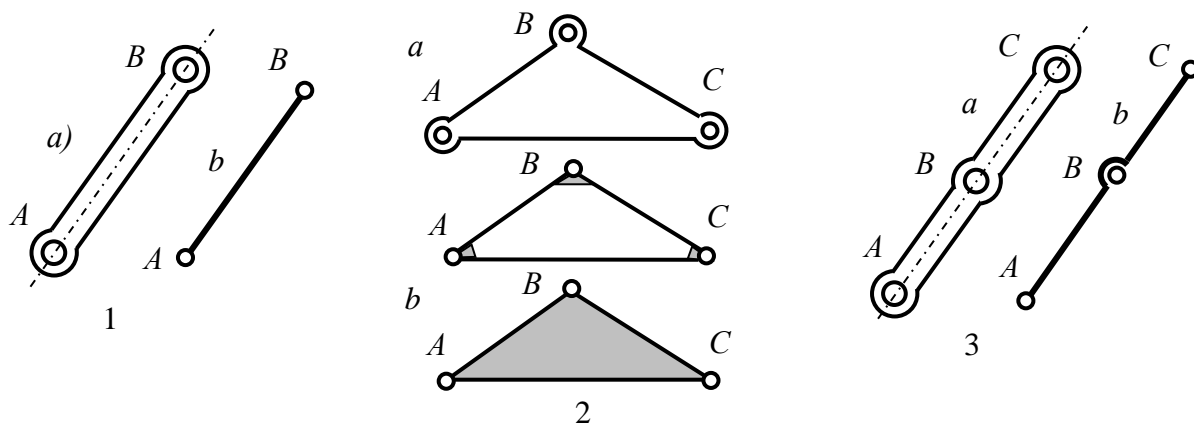


1.6-рис . Схематические изображения поступательных кинематических пар:

А – с подвижным шарниром; Б -с одним неподвижным шарниром;

а – схематическое конструктивное изображение; В-условное кинематическое изображение;

1 – подвижные и 2-неподвижные звенья

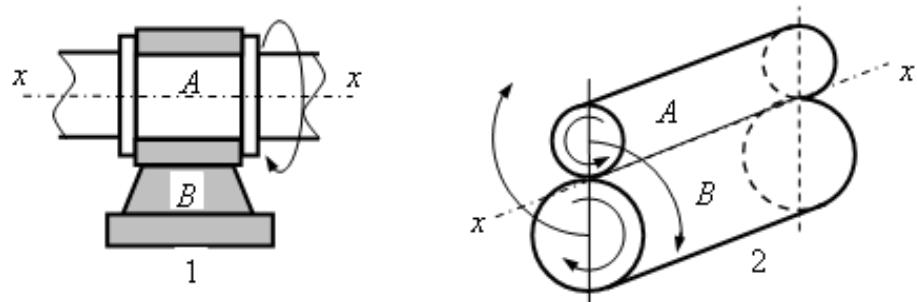


1.7-рис. Схематические изображения звеньев:

- 1- звено, входящее в две вращающиеся кинематические пары A и B ;
- 2- звено, входящее в три вращающиеся кинематические пары A , B и C ;
- 3-звено, входящее в три вращающиеся кинематические пары A , B и C ;
- а – схематическое конструктивное изображение;
- б-условное кинематическое изображение

1.6. Структурная формула кинематической цепи общего типа

Формы соединения звеньев в кинематические пары различны. На относительное движение любого звена в кинематической паре влияют ограничения, которые зависят от способа образования пары. Такие ограничения называются условными связями в кинематических парах.

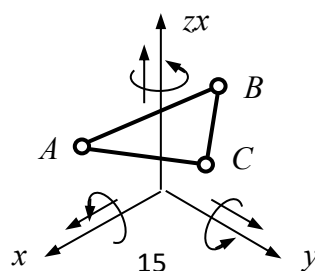


1.8-рис. Кинематические пары:

1 – соединённые по цилиндрической поверхности, вращающиеся, низшие; 2- соединённые по линии два цилиндра, могут катиться или скользить, высшие

Например, кинематическая пара A и B , состоящая из цилиндрических вращающихся звеньев, всегда находится в смежном положении (рис.4,1). Буртики в цилиндре A препятствуют движению цилиндра A по оси x – x относительно цилиндра B , в то время как на вращательное движение относительно друг друга не влияет. В кинематической паре двух цилиндров A и B , соединённых по линии, могут быть относительное вращение, скольжение, качение (рис. 4.2).

Абсолютное твердое тело ABC , может свободно двигаться в пространстве, т.е. вращаться вокруг трех осей x , y , z и двигаться по ним поступательно (1.9-рис).



1.9-рис. Движения тела в пространстве

Всего у твёрдого тела будет 6 возможных движений в пространстве. Кинематические пары характеризуются степенью свободы. Если какое-либо звено в кинематической паре связано с неподвижной системой координат x, y, z , то для второго звена степень свободы H определяется по формуле:

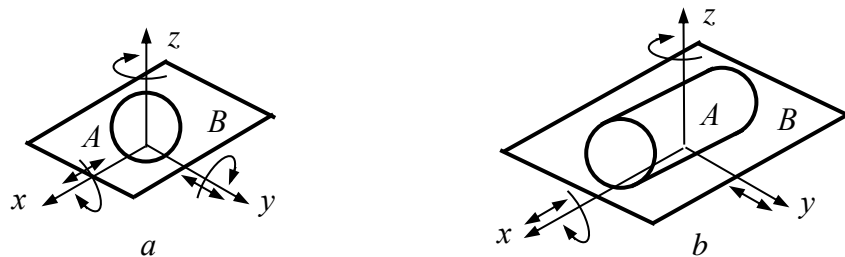
$$H = 6 - U; \quad (1.1)$$

где U -количество условных связей.

Количество условных связей для кинематической пары могут быть в промежутке $U = 1 \dots 5$. Исходя из этого, кинематические пары делятся на 5 классов по условным связям.

В парах 1-го класса относительное движение звеньев $U=1$ ограничено одной условной связью, а в парах 2-го класса $U=2$ ограничено двумя условными связями и т.д.

По степени свободы H кинематические пары делятся на 5 видов. Например, если $H = 1$, то кинематическая пара 5-класса 1-вида ($U = 5$), если $H = 2$, то кинематическая пара 4-класса 2-вида ($U=4$) и т.д.



1.10-рис. Характеристики движения кинематических пар:
a-кинематическая пара $H = 5$ -го вида, $U = 1$ -го класса;
b-кинематическая пара $H=4$ -го вида, $U=2$ -го класса

Система состоящая из m - ного количества жестких звеньев, имеет в пространстве $H=6m$ - ное количество степеней свободы. Если соединить эти звенья в кинематические пары, то относительное движение звеньев будет ограничено образующимися звеньями связи. В этом случае степень свободы для кинематической цепи будет:

$$H = 6m - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1; \quad (1.2)$$

где p_5, p_4, p_3, p_2, p_1 - количество кинематических пар 5...1 классов.

Чтобы кинематическая цепь была механизмом, необходимо, чтобы одно из звеньев в ее составе было неподвижным, то есть она должна быть опорной стойкой, связанной $U=6$. Следовательно, количество подвижных звеньев будет $n=t-1$. Исходя из этого, степень свободы пространственной кинематической цепи относительно неподвижного звена (опоры) W определяется как:

$$W=6p-5p_5-4p_4-3p_3-2p_2-p_1; 6p=\sum_{i=1}^5 i \times p_i ; (1.3)$$

где $W = H-6$ - степень подвижности (цепи) кинематического механизма, в котором одно звено неподвижна.

Эту формулу называют формулой подвижности или структуры кинематической цепи общего типа (Малышев А.Р., 1923 .).

1.7. Структурная формула плоской кинематической цепи

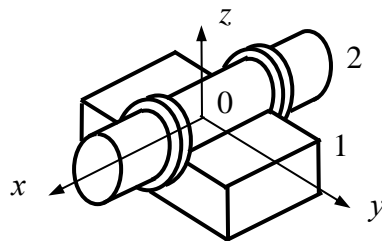
В механике большинство механизмов плоские. Степень свободы звеньев в плоском механизме будет равна 3, а кинематические пары образуются из одного или двух условных связей. Степень подвижности таких механизмов определяется как:

$$W=3p-2p_5-p_4=\sum_{i=4}^5 (i-3)p_i ; (1.4)$$

Эту формулу называют формулой подвижности или структуры плоской кинематической цепи (Чебышев п.А., 1869.).

Строение плоских механизмов

Задача 1.

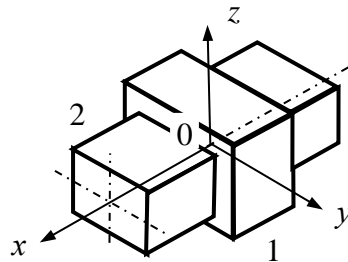


1.11-рис. Кинематическая пара 5-класса, одно движение, вращательное;
1 и 2-звенья

Буртики во 2-ом цилиндрическом звене препятствуют поступательному движению 2-го звена по оси Ox относительно 1-го звена. 2-ое звено вращается

вокруг оси Ox . Движения по осям Oy и Oz ограничено. Кинематическая пара имеет условные связи $U=5$, одно движение, вращательная, 5- класс. $H=1-1$ -вид.

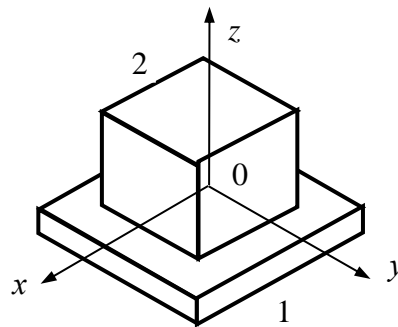
Задача 2.



1.12-рис. Кинематическая пара 5-класса, одно движение, поступательное;
1 и 2-звенья

Звено 2 движется вперед по оси Ox относительно 1- звена. Движения по осям Oy и Oz ограничено. Кинематическая пара имеет $U=5$ условных связей, одно движение поступательное, 5-класс. $H=1-1$ -вид.

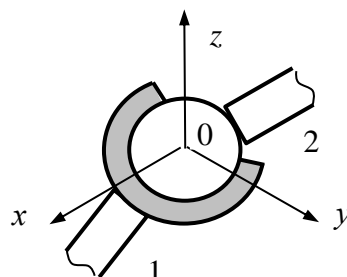
Задача 3.



1.13-рис. Кинематическая пара 3-класса, три движения, 2 поступательных, 1 вращательное;
1 и 2-звенья

Звено 2 движется по осям Ox и Oy относительно 1-го звена поступательно, также вращается вокруг оси Oz . Звено 2 не вращается вокруг оси Ox и Oy , также не движется поступательно по оси Oz . Кинематическая пара имеет $U=3$ условные связи, 3- класса, совершает три движения, вращательное—поступательное. $H=3-3$ вида.

Задача 4.

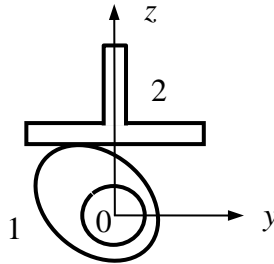


1.14-рис. Кинематическая пара 3-класса, три движения, сферическое, вращательное;

1 и 2-звенья

Звено 2 вращается относительно 1-го звена вокруг осей Ox , Oy и Oz при этом не двигается по этим осям поступательно. Кинематическая пара имеет $U=3$ условные связи, 3 класса, совершает три движения, вращательное. $H=3$ -3 вида.

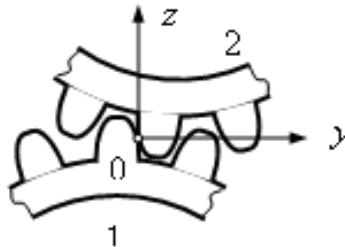
Задача 5.



1.15-рис. Кинематическая пара 2-вида, два движения, поступательное- вращательное;
1 и 2-звенья

1-звено вращается вокруг оси Ox . 2-звено двигается поступательно по оси Oz . Звенья 1 и 2 не вращаются вокруг осей Oy и Oz . Кинематическая пара имеет $H=2$ степени свободы, 2 вида, 2 движения, вращательное-поступательное. $U=4$ – 4 класса.

Задача 6.



1.16-рис. Кинематическая пара 2-вида, два движения, вращательное;
1 и 2-звенья

Звенья 1 и 2 вращаются относительно оси Ox . Относительно осей Oy и Oz не перемещаются. Кинематическая пара имеет $H=2$ степени свободы, 2 вида, 2 движения, вращательное. $U=4$ – 4 класса.

2. Кинематика точки и твердого тела

2.1. Введение в кинематику

Основные понятия.

Механическое движение — это непрерывное изменение состояния объекта с течением времени относительно системы отсчета, связанной с объектом.

В кинематике движение тела рассматривается только с геометрической точки зрения, то есть без учета действующих на него сил. Понятие движения зависит от понятий пространства, времени и движущегося тела. Его движение известно только тогда, когда его положение в пространстве может быть определено в любой момент времени. В механике пространство считается трехмерным. Время считается одинаковым для любой системы, независимо от любой системы отсчета и независимо от относительности движения. Она называется непрерывной переменной и обозначается t . В Международной системе единиц (СИ) единицей времени является секунда, а единицей расстояния — метр.

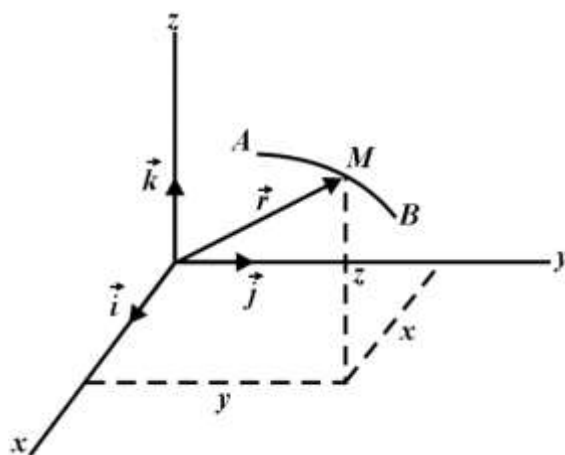
След, оставляемый в пространстве материальной точкой при ее движении, называется траекторией. Прямолинейное движение, если траектория представляет собой прямую линию; если оно представляет собой кривую линию, то оно называется криволинейным движением. Если задано определение положения точки относительно выбранной системы отсчета, то движение точки считается заданным.

2.2. Способы задания движения материальной точки

Движение материальной точки задается тремя способами:

1) вектор; 2) координата; 3) естественный.

С этими методами мы в основном и познакомимся.



2.1-рис.

1. Векторный способ. Предположим, что точка M движется по траектории AB относительно системы координат $Oxyz$. Вектор $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$, соединяющий точки O и M , называется радиус-вектором точки (рис. 2.1).

Со временем положение точки M меняется, и в результате ее радиус-вектор также меняется по величине и направлению. Если радиус-вектор точки M задан как функция времени, то положение точки в пространстве определяется для любого времени,

$$\text{то есть : } \vec{r} = \vec{r}(t). \quad (2.1)$$

Уравнение (2.1) представляет собой векторное представление движения материальной точки.

2. Координатный способ. Из начертательной геометрии и математики известно, что положение точки M можно определить с помощью декартовых координат x , y и z . При движении точки ее координаты со временем изменяются, то есть являются однозначной функцией времени:

$$x=x(t), \quad y=y(t), \quad z=z(t). \quad (2.2)$$

Если (2.2) известно, то положение точки в пространстве можно определить в любой момент времени.

Уравнение (2.2) представляет собой координатный способ движения материальной точки.

Если из (2.2) вычесть время, то получится уравнение траектории точки. Если движение точки M происходит в осевой плоскости, (2.2) принимает вид:

$$x=x(t), \quad y=y(t). \quad (2.3)$$

Если движение точки прямолинейно, а направление движения считать осью Ox , то (2.2) можно записать как

$$x=x(t) \quad (2.4)$$

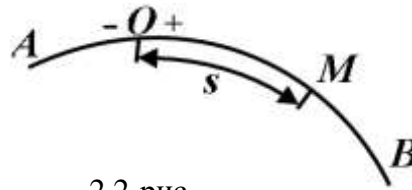
Если обозначить $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ векторные направляющие осей системы координат $Oxyz$ соответственно, то радиус-вектор точки M можно записать следующим образом (рис. 2.1):

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}. \quad (2.5)$$

Уравнение (2.5) выражает связь между векторным и координатными способами движения точки.

3. Естественный метод. Предположим, что в точке M движется по известной траектории AB (рис.2.2). Определим точку O на траектории как начало отчёта и определим положительное и отрицательное направления. В этом случае положение точки на траектории определяется криволинейной координатой s , то есть:

$$s = s(t). \quad (2.6)$$



2.2-рис.

Уравнение (2.6) является естественным представлением закона движения точки M по траектории.

Итак, для определения движения точки M естественным способом, должен быть задан: 1) траектория; 2) начало отчёта; 3) направление движения; 4) закон движения по траектории. Видно, что если траектория известна, то этот метод удобно использовать при решении поставленной задачи.

Переход с координатного способа движения материальной точки на естественное.

Предположим, что движение материальной точки задается уравнениями (2.2), то есть:

$$x=x(t), \quad y=y(t), \quad z=z(t). \quad (2.2^*)$$

Из математики известно:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \quad (2.7)$$

Дифференцируем (2.2*) по времени:

$$dx = \dot{x} dt, \quad dy = \dot{y} dt, \quad dz = \dot{z} dt. \quad (2.8)$$

Подставим (2.8) в (2.7):

$$ds = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} dt. \quad (2.9)$$

Если мы проинтегрируем (2.9) в интервале $t=0$ и $t=t$, то получим

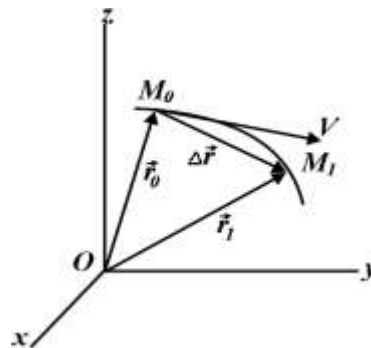
$$s = \int_0^t \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} dt = s(t) \quad (2.10)$$

Итак, используя (2.2*), мы определили уравнение точки вдоль траектории. Другими словами, когда движение точки задано в координатном методе, мы перевели ее на естественный метод.

2.3. Вектор скорости и ускорения материальной точки

Изменение положения и направления движения материальной точки определяется ее скоростью.

Давайте посмотрим, как определяется скорость, если движение материальной точки задано в векторной форме. Предположим, что при $t=t_0$ исследуемая точка находится в точке M_0 , а радиус-вектор равен \vec{r}_0 ; при $t = t_1$ радиус-вектор \vec{r}_1 в точке M_1 . В этом случае произойдет $t_1 - t_0 = \Delta t$ изменение времени и $\vec{r} - \vec{r}_0 = \Delta \vec{r}$ изменение радиуса-вектора.



2.3-рис.

Отношение изменения радиус-вектора к изменению времени дает средний вектор скорости точки (рис. 2.3):

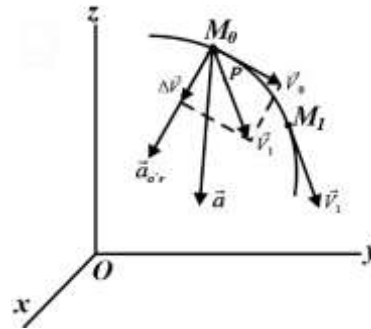
$$\vec{V}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (2.11)$$

Если перейти от (2.11) $\Delta t \rightarrow 0$ к пределу, то получится действительный вектор скорости точки:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V} \quad \text{или} \quad \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (2.12)$$

Из (2.12) видно, что вектор скорости материальной точки равен первой производной по времени ее радиус-вектора.

При приближении Δt к нулю он $\vec{V}_{o'r}$ вращается вокруг точки M_0 и приближается к касательной. В результате вектор скорости представляет собой попытку траектории и направлен в сторону движения. Скорость измеряется в м/с в международной системе СИ.



2.4-рис.

Величина, определяющая, насколько быстро изменяются направление и величина скорости материальной точки, называется ее ускорением.

Предположим, что исследуемая точка в момент $t = t_0$ находится в точке M_0 и ее скорость равна \vec{V}_0 ; пусть в момент $t = t_1$ будет находится в точке M_1 и будет скорость \vec{V}_1 . Чтобы определить изменение скорости $\Delta \vec{V} = \vec{V}_1 - \vec{V}_0$, перенесем скорость точки M_1 \vec{V}_1 в точку M_0 параллельную этой скорости, и тогда, если мы построим параллелограмм, то этот параллелограмм будет состоять из одной стороны равной $\Delta \vec{V}$ (рис. 2.4).

Средний вектор ускорения точки равен:

$$\vec{a}_{o'r} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}. \quad (2.13)$$

Предел в (2.13) $\Delta t \rightarrow 0$ дает действительный вектор ускорения:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

или
$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}. \quad (2.14)$$

Итак, вектор ускорения материальной точки равен первой производной вектора скорости по времени и второй производной радиус-вектора.

Если точка движется по прямой, лежащей в той же плоскости, то \vec{a} она лежит в плоскости траектории и переходит в вогнутую сторону траектории.

Если точка представляет собой некомпланарную кривую, то $\vec{a}_{O'r}$ лежит в плоскости параллелограмма Π . При $\Delta t \rightarrow 0$, т.е. при приближении точки M_1 к точке M_0 , положение, занимаемое плоскостью Π , называется некомпланарной плоскостью. Поэтому вектор ускорения точки M лежит в плоскости сцепления и направлен в вогнутую сторону траектории (рис. 2.4). Ускорение измеряется в м/с² системе СИ.

Определение скорости и ускорения материальной точки способом координат

Пусть движение материальной точки задано уравнениями (2.12) в декартовых координатах.

Обозначим проекции вектора скорости на оси декартовых координат как V_x, V_y, V_z соответственно:

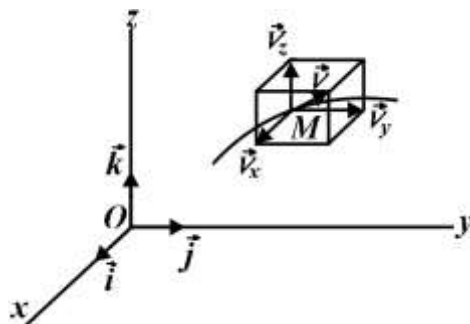
$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}. \quad (2.15)$$

По (2.12) берём производную по времени от (5):

$$\vec{V} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}. \quad (2.16)$$

сравнивая (2.16) с (2.15), то получим,

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}, \quad V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}, \quad V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \quad (17)$$



2.5-рис.

Итак, проекция вектора скорости на оси координат равна первой производной по времени соответствующей координаты точки на этой оси. Проекции вектора скорости параллельны осям Ox , Oy , Oz соответственно (рис. 2.5).

Если складывать \vec{V}_x , \vec{V}_y , \vec{V}_z методом параллелограмма, то \vec{V} скорость направлена по диагонали построенного параллелепипеда из \vec{V}_x , \vec{V}_y , \vec{V}_z .

Из математики известно:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}. \quad (2.18)$$

Направляющие косинусы вектора скорости определяются как:

$$\cos(\vec{V}, \vec{i}) = \frac{V_x}{V}, \quad \cos(\vec{V}, \vec{j}) = \frac{V_y}{V}, \quad \cos(\vec{V}, \vec{k}) = \frac{V_z}{V}. \quad (2.19)$$

Допустим, проекции вектора ускорения проверяемой точки на декартовы оси координат a_x , a_y , a_z :

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \quad (2.20)$$

Согласно (2.14), получаем производную по времени из (2.15):

$$\vec{a} = \frac{dV_x}{dt} \vec{i} + \frac{dV_y}{dt} \vec{j} + \frac{dV_z}{dt} \vec{k}. \quad (2.21)$$

Сравниваем (2.20) с (2.21) то получим,

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{dV_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

или

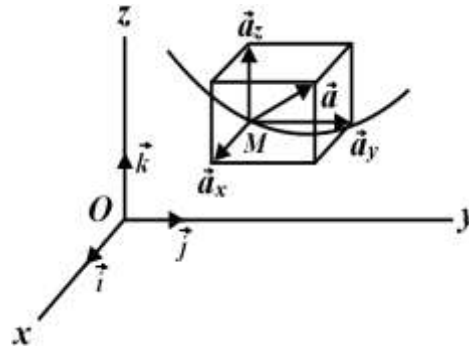
$$a_x = \ddot{x}, a_y = \ddot{y}, a_z = \ddot{z} \quad (2.22).$$

Если известны проекции ускорений известны (2.22), то модуль ускорения будет

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (2.23)$$

Направляющие косинусы вектора ускорений определяются как(рис.2.6):

$$\cos \vec{a}, \vec{i} = \frac{a_x}{a}, \cos \vec{a}, \vec{j} = \frac{a_y}{a}, \cos \vec{a}, \vec{k} = \frac{a_z}{a} \quad (2.24)$$



2.6-рис

Определение скорости движения заданной точки естественным способом

Движение материальной точки задается уравнением движения в естественном способе. Радиус-вектор \vec{r} точки можно рассматривать как функцию криволинейной координаты s , т. е. $\vec{r} = \vec{r}(s)$. В этом случае \vec{r} будет сложной функцией времени.

Производная сложной функции равна:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt},$$

где

$$\frac{d\vec{r}}{ds} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta s}$$

Обозначим этот вектор как $\vec{\tau}$.

$$\text{В результате получим} \quad \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{ds}{dt} \vec{\tau} \quad (2.25)$$

Действительно, мы знаем, что

$$\vec{V} = V \vec{\tau}. \quad (2.26)$$

Векторная единица $\vec{\tau}$ всегда направлен в сторону увеличения расстояния от начала отсчета до точки.

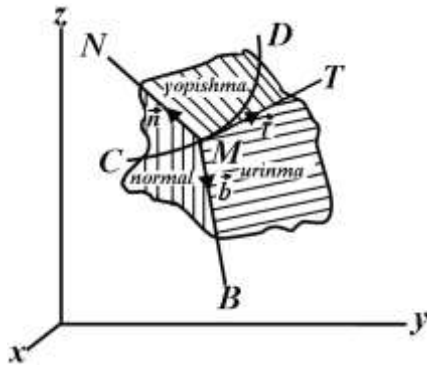
сравнивая (2.25) с (2.26) получим,

$$V = \frac{ds}{dt} \quad (2.27)$$

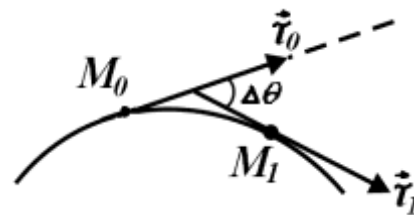
Следовательно, алгебраическое значение скорости точки равно первой производной ее криволинейной координаты по времени.

Естественная система координат. Кривизна линии. Радиус кривизны

Пусть точка M движется по кривой линии CD , которая не лежит в одной плоскости относительно неподвижной системы координат. (рис. 7).



2.7-рис



2.8-рис

Из точки M проводим касательную MT , направленный в сторону роста криволинейной координаты. Плоскость, перпендикулярная MT , называется нормальной плоскостью, и на ней лежит несколько нормалей. Два из них важны. Одна состоит из главной нормали MN , которая перпендикулярна MT и направлена к вогнутой стороне линии, а другая состоит из бинормали MB , которая перпендикулярна MT и MN .

Оси в направлениях MT , MN и MB называются естественными осями координат. Их положительное направление выбрано для формирования правильной системы. Обозначим единичные векторы этих осей как \vec{t} , \vec{n} , \vec{b} соответственно. Плоскость, лежащая между \vec{t} и \vec{b} , называется плоскостью пересечения, плоскость, лежащая между \vec{t} и \vec{n} , называется плоскостью сцепления, а плоскость, лежащая между \vec{n} и \vec{b} , называется нормальной плоскостью. Треугольник, образованный этими плоскостями, называется естественным треугольником. Из точек M_0 и M_1 , которые находятся очень близко друг к другу на траектории точки M (рис.2.8),

проведем пересечения $M_{0\tau_0}$ и $M_{1\tau_1}$. Обозначим угол между ними $\Delta\theta$, а дугу $M_0M_1 \Delta s$

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta s} = \frac{d\theta}{ds} = k$$

дает кривизну линии.

Обратная величина кривизны называется радиусом кривизны и выражается как:

$$\rho = \frac{1}{k}.$$

Определение ускорения материальной точки естественным способом

Чтобы определить ускорение естественным образом, можно вывести из (2.26) по времени:

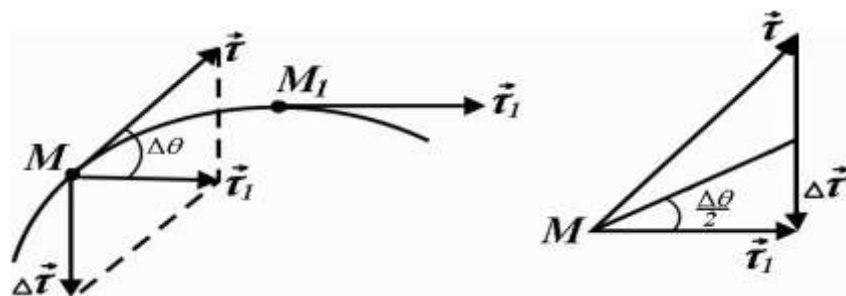
$$\vec{a} = \frac{dV}{dt} \vec{\tau} + V \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt}$$

$$\text{или} \quad \vec{a} = \frac{dV}{dt} \vec{\tau} + V \cdot \frac{d\vec{\tau}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt}. \quad (2.28)$$

Чтобы определить величину $\frac{d\vec{\tau}}{ds}$ и направление в (2.28), запишем его следующим образом:

$$\frac{d\vec{\tau}}{ds} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\tau}}{\Delta s},$$

где $\Delta\vec{\tau}$, сделанные из точек M_0 и M_1 , близких друг к другу на траектории, состоят из разности единичных векторов (рис. 2.9, а)



2.9,а-рис

2.9,б-рис

так как $|\vec{\tau}_0| = |\vec{\tau}_1| = 1$ треугольник, состоящий из $\vec{\tau}_0, \vec{\tau}_1$ и $\Delta\vec{\tau}$, является равнобедренным (рис. 2.9, б); из этого треугольника:

$$\sin \frac{\Delta\theta}{2} = \frac{|\Delta\vec{\tau}|}{2}.$$

Если мы считаем, что M_I очень близок к M_0 , то $\Delta\theta$ будет очень малым. В этом случае $\sin \frac{\Delta\theta}{2}$ можно заменить на $\frac{\Delta\theta}{2}$:

$$\frac{\Delta\theta}{2} = \frac{|\Delta\vec{\tau}|}{2} \quad \text{или} \quad \Delta\theta = |\Delta\vec{\tau}|.$$

Результат

$$\left| \frac{d\vec{\tau}}{ds} \right| = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{|\Delta\vec{\tau}|}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta s} = \frac{d\theta}{ds} = k \quad \text{или} \quad \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta s} = \frac{1}{\rho} \quad (2.29)$$

келиб чиқади. ρ – радиус кривизны, k – кривизна линии. $\frac{d\vec{\tau}}{dt}$ вектор перпендикулярен $\vec{\tau}$, действительно, квадрат $\vec{\tau}$ равен единице:

$$(\vec{\tau})^2 = 1.$$

Из этого уравнения получаем производную по времени:

$$\vec{\tau} \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt} = 0. \quad (2.30)$$

Из математики известно, что (2.30) верна, если $\vec{\tau}$ и $\frac{d\vec{\tau}}{dt}$ перпендикулярны

Так,

$$\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \left| \frac{d\vec{\tau}}{dt} \right| \vec{n} \quad \text{или} \quad \frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{v}{\rho} \vec{n}. \quad (2.31)$$

Подставим (2.31) в (2.28):

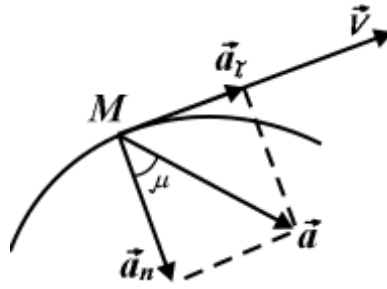
$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho} \vec{n}. \quad (2.32)$$

Если мы скажем, что проекции ускорения материальной точки на естественные оси координат равны a_τ , a_n , a_ϵ соответственно будет,

$$\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n} + a_\epsilon \vec{\epsilon} \quad (2.33)$$

Сравнивая (2.32) с (2.33), получим.

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}, \quad a_n = \frac{v^2}{\rho}, \quad a_\epsilon = 0 \quad (2.34)$$



2.10-рис

Используя (2.34), можно определить полное ускорение:

$$a^2 = a_t^2 + a_n^2 \quad (2.35)$$

или

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}. \quad (2.36)$$

Угол между касательным ускорением \vec{a}_t и нормальным ускорением \vec{a}_n определяется $\operatorname{tg} \mu = \frac{|a_t|}{a_n}$ (рис. 2.10) .

Если движение материальной точки задано в координатном методе и требуется определить радиус кривизны, то запишем выражение скорости через проекции на декартовы оси координат:

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2. \quad (2.37)$$

Производная от (2.37):

$$2V \frac{dV}{dt} = 2V_x \frac{dV_x}{dt} + 2V_y \frac{dV_y}{dt} + 2V_z \frac{dV_z}{dt},$$

отсюда

$$Va_t = V_x a_x + V_y a_y + V_z a_z$$

Или выходит следующее

$$a_t = \frac{V_x a_x + V_y a_y + V_z a_z}{V} \quad (2.38)$$

На основе:

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2}, \quad (2.39)$$

здесь

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Подставляя (2.39) во второе выражение (2.34), радиус кривизны линии
выходит

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v^2}{\sqrt{a^2 - a_\tau^2}} \quad (2.40)$$

Частные случаи движения материальной точки

Частные случаи движения материальной точки определяются с помощью формулы (2.32).

1. Если при движении точки $\vec{a} = 0$, то есть $\vec{a}_\tau = 0$, $\vec{a}_n = 0$, тогда будет $\frac{dv}{dt} = 0$, $\frac{v^2}{\rho} = 0$. Из этого следует, что $V = \text{const}$, $\rho = \infty$. В этом случае движение точки будет представлять собой прямолинейное движение.

2. Если это так $a_\tau \neq 0$, $a_n = 0$, то направление скорости точки инвариантно, а модуль равен $V = \left| \frac{ds}{dt} \right|$; $\rho = \infty$. В этом случае движение точки представляет собой прямолинейное переменное движение.

3. Если это так $a_\tau = 0$, то так $a_n = \frac{v^2}{\rho} \neq 0$ и будет $V = \text{const}$. В результате материальная точка совершает криволинейное прямолинейное движение.

Пусть скорость точки в начальный момент времени равна V_0 , а криволинейная координата равна $s = s_0$.

Учитывая это, если мы интегрируем первое из (2.34), оказывается

$$s = s_0 + V_0 t \quad (2.41)$$

Уравнение (2.41) называется уравнением криволинейного плоского движения материальной точки.

4. Если $a_\tau \neq 0$, $a_n \neq 0$, то движение точки представляет собой переменное движение с кривой. Случай, когда $a_\tau = 0$, называется плоским переменным движением. Пусть $s = s_0$, $V = V_0$, в начальный момент времени и проинтегрируем первое из (2.38):

$$\frac{dv}{dt} = a_\tau, \quad V = a_\tau t + V_0. \quad (2.42)$$

Интегрируем (2.42) еще раз:

$$s = \pm a_\tau \frac{t^2}{2} + V_0 t + s_0. \quad (2.43)$$

Если движение материальной точки равноускоренное движение, то из (2.43) положительный знак перед a_t ; Если равнозамедленное движение, проблема решается добавлением знака «минус».

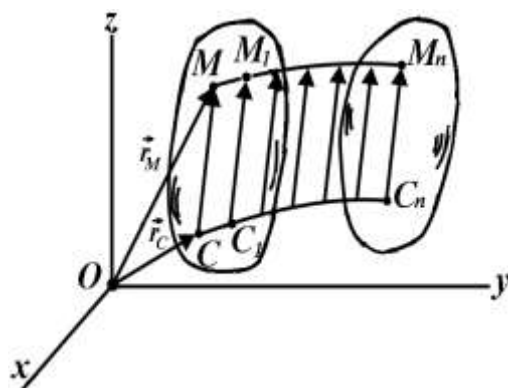
2.4. Поступательное движение твердого тела

Если расстояние между любыми двумя точками тела остается постоянным, то такое тело называется абсолютно твердым. Под твердым телом в таком случае понимается абсолютно твердое тело.

Простыми движениями твердого тела являются его поступательные и вращательные движения.

Если при движении тела произвольно взятое на нем сечение движется параллельно самому себе, то такое движение называется поступательным (рис. 1). Например, движение педали велосипеда, движение борта автомобиля, движущегося по прямолинейному участку, состоит из поступательного движения. В общем случае траектория точки тела, движущегося поступательно, представляет собой кривую. Характер поступательного движения тела можно задать следующей теоремой.

Теорема. Точки тела при поступательном движении описывают одну и ту же траекторию, их скорости и ускорения в каждый момент времени одинаковы.



2.11 – рис.

Доказательство: Пусть тело совершает поступательное движение относительно неподвижной декартовой системы координат $Oxyz$. Согласно определению абсолютно твердого тела и поступательного движения вектор

\overrightarrow{CM} , направленный из произвольной точки C тела к точке M , неизменен и будет $\overrightarrow{CM} \parallel \overrightarrow{C_n M_n}$.

В результате точки, расположенные выше, будут следовать той же траектории, что и точка C (рис.2.11). Если мы запишем радиус-векторы точек C и M соответственно \vec{r}_C , \vec{r}_M :

$$\vec{r}_M = \vec{r}_C + \overrightarrow{CM}. \quad (2.44)$$

Чтобы найти скорость точки M , возьмем производную по времени от (1):

$$\frac{d\vec{r}_M}{dt} = \frac{d\vec{r}_C}{dt} + \frac{d\overrightarrow{CM}}{dt}.$$

Так как $\overrightarrow{CM} = \text{const}$:

$$\frac{d\overrightarrow{CM}}{dt} = 0, \quad \frac{d\vec{r}_M}{dt} = \frac{d\vec{r}_C}{dt} \quad \text{или} \quad \vec{V}_M = \vec{V}_C. \quad (2.45)$$

Производная по времени от (2.45) даёт нам ускорение:

$$\frac{d\vec{V}_M}{dt} = \frac{d\vec{V}_C}{dt} \quad \text{или} \quad \vec{a}_M = \vec{a}_C. \quad (2.46)$$

Формула (2.45) показывает, что скорости точек тела при поступательном движении одинаковы, а формула (2.46) показывает, что их ускорения одинаковы. Таким образом, теорема доказана.

Таким образом, поступательное движение объекта определяется движением его произвольной точки, то есть:

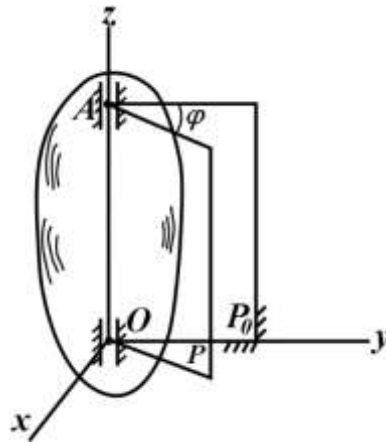
$$\begin{aligned} x_M &= x_M(t), \\ y_M &= y_M(t), \\ z_M &= z_M(t). \end{aligned} \quad (2.47)$$

2.5. Вращательное движение твердого тела вокруг неподвижной оси.

Уравнение вращательного движения

Если при движении тела две точки остаются неподвижными, то такое движение называется вращательным (рис. 2.45).

Линия, проходящая через неподвижные точки O и A , называется осью вращения объекта.



2.12 – рис.

Для исследования вращательного движения тела возьмем неподвижную плоскость P_0 и плоскость P , которая движется вместе с телом. Пусть угол между ними будет $P_0 \wedge P = \varphi$. При движении тела угол между плоскостями P_0 и P изменяется. В результате этот угол является функцией времени:

$$\varphi = \varphi(t). \quad (2.48)$$

Уравнение (2.48) называется углом поворота или вращения объекта и измеряется в радианах.

Уравнение (2.48) называется законом вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси или уравнением вращательного движения.

2.5.1. Угловая скорость и угловое ускорение вращающегося тела.

Предположим, что при $t = t_0$ угол поворота объекта равен, а при $t = t_1$ пусть он будет φ_1 . В этом случае произойдет изменение времени $\Delta t = t_1 - t_0$, то есть изменение угла поворота $\Delta \varphi = \varphi_1 - \varphi_0$.

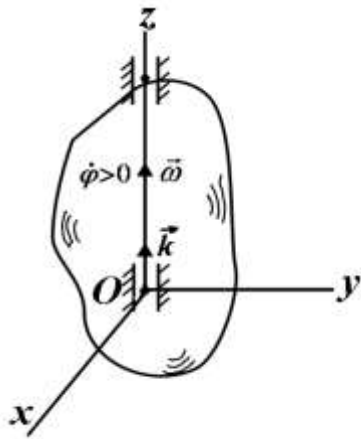
Отношение изменения угла поворота к изменению времени называется средней угловой скоростью объекта ω_{cp} .

$$\omega_{cp} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}. \quad (2.49)$$

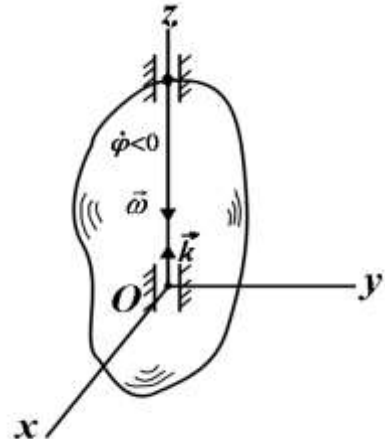
Чтобы найти угловую скорость объекта в заданный момент, воспользуемся формулой (2.49) для получения предела при Δt , стремящемся к нулю:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{или} \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}. \quad (2.50)$$

Итак, угловая скорость объекта равна первой производной его угла поворота по времени. Единицей измерения является , $рад/сек$ или $1/сек$. Угловая скорость объекта определяет, насколько быстро изменяется угол поворота и направление этого изменения. Следовательно, угловая скорость выражается вектором. Поместим этот вектор в произвольную точку оси вращения объекта и выберем его направление так, чтобы при взгляде с его торца объект всегда вращался против часовой стрелки (рис. 2.13).



2.13(а)-рис.



2.13(б)-рис.

Если за ось вращения принять ось вращения объекта, то вектор угловой скорости запишется как:

$$\vec{\omega} = \omega \vec{k}, \quad (2.51)$$

где \vec{k} — единица вектора оси Oz .

В общем случае угловая скорость объекта изменяется со временем. Пусть угловая скорость равна ω_0 при $t=t_0$ и ω_1 при $t=t_1$. Отношение изменения угловой скорости ($\Delta\omega = \omega_1 - \omega_0$) к изменению времени ($\Delta t = t_1 - t_0$) называется средним угловым ускорением объекта:

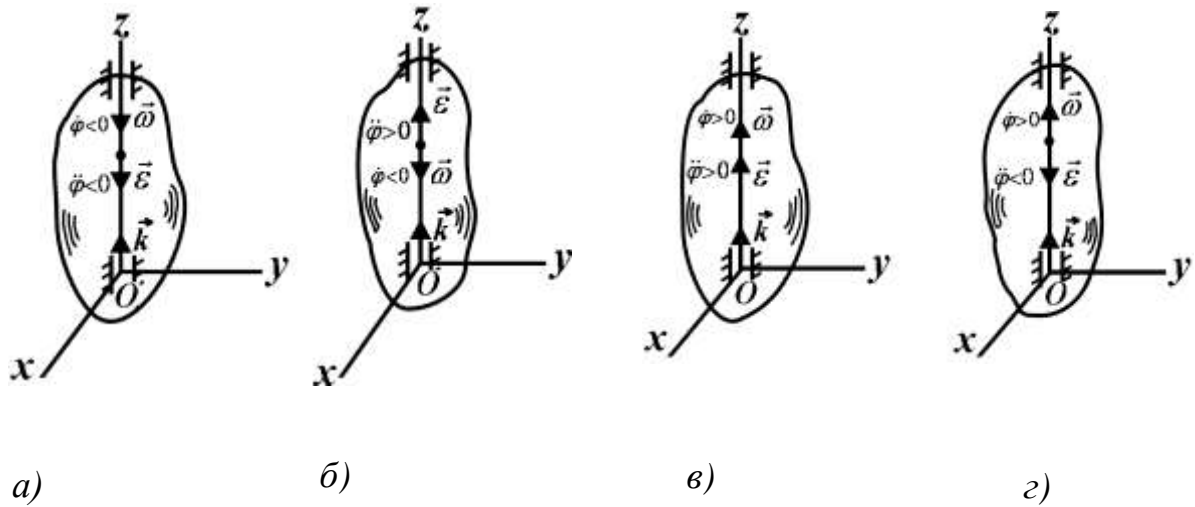
$$\varepsilon_{\text{о.р}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}, \quad (2.52)$$

отсюда переходим к пределу, устремляя Δt к нулю:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \quad \text{или} \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\phi}{dt^2} = \ddot{\phi}. \quad (2.53)$$

Из (2.53) видно, что угловое ускорение объекта равно первой производной угловой скорости по времени или второй производной угла поворота.

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{k} \frac{d\omega}{dt} \quad \text{или} \quad \vec{\varepsilon} = \varepsilon \vec{k} = \ddot{\phi} \vec{k}. \quad (2.54)$$



2.14-рис.

Единицей измерения углового ускорения объекта является $\text{рад}/\text{с}^2$ или $1/\text{с}^2$. Частными случаями вращения тела являются:

1. Если угловая скорость ($\omega = \text{const}$) не изменяется, то движение объекта будет представлять собой равномерное вращательное движение. В этом случае:

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega = \text{const},$$

откуда выводим $\phi = \omega t + \phi_0$ (2.55)

Уравнение (2.55) представляет собой закон равномерного вращательного движения. Если $\phi_0 = 0$, то будет

$$\phi = \omega t, \quad \omega = \frac{\phi}{t} \quad (2.56)$$

При решении технических задач часто задается число оборотов объекта в минуту n . В этом случае $\phi = 2\pi n, t = 60 \text{с}$,

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30} \quad (2.57)$$

В некоторых задачах требуется найти число оборотов в произвольный момент времени t_1 . В этом случае число оборотов обозначается N и определяется по следующей формуле:

$$\phi = 2\pi N, \quad N = \frac{\phi}{2\pi}. \quad (2.58)$$

2. Если угловое ускорение ($\varepsilon = \text{const}$) постоянно, то движение объекта будет представлять собой равномерное переменное движение. В этом случае:

$$\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon = \text{const}, \text{ откуда}$$

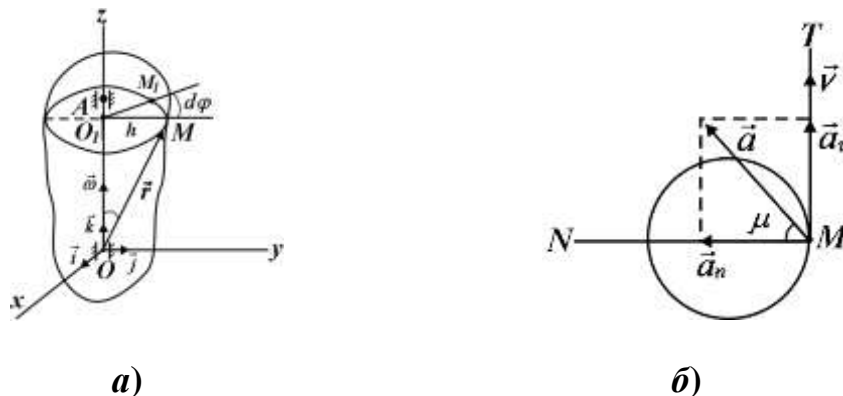
$$\text{выводим} \quad \omega = \varepsilon t + \omega_0, \quad \varphi = \pm \frac{\varepsilon t^2}{2} + \omega_0 t \quad (2.59)$$

Второе уравнение (2.59) представляет собой закон равномерно переменного вращательного движения. Если движение равноускоренное, то при решении задачи знак перед ε положительный; если равнозамедленное, то знак перед ε принимается отрицательным (рис. 2.14; б, г).

При равноускоренном движении тела знаки угловой скорости и углового ускорения одинаковы (рис. 2.14; а, в).

2.5.2. Определение скорости и ускорения произвольной точки тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, естественным способом.

Предположим, что тело вращается вокруг оси Oz с угловой скоростью ω . Траектории точек тела, не лежащих на оси вращения, будут представлять собой окружности. Центры этих окружностей лежат на оси вращения. Определим скорость произвольной точки M тела. (2.15-рис.)



2.15-рис.

Радиус окружности, очерчиваемая точкой M , равен $h = O_1M$; $ds = MM_1$.

$$\text{Из математики известно:} \quad ds = h d\varphi. \quad (2.60)$$

$$\text{Разделим обе части (2.60) на } \partial t : \quad \frac{ds}{dt} = h \frac{d\varphi}{dt},$$

$$\text{где} \quad \frac{ds}{dt} = V, \quad \frac{d\varphi}{dt} = \omega.$$

$$\text{В результате выходит} \quad V = \omega \cdot h \quad (2.61)$$

Следовательно, скорость произвольной точки вращающегося тела равна ее угловой скорости, умноженной на расстояние от рассматриваемой точки до оси вращения. Скорость произвольной точки называется линейной скоростью.

Ускорение произвольной точки тела, движущегося по окружности, можно рассматривать как состоящее из ускорения и нормальной составляющей:

$$a_{\tau} = \frac{dV}{dt} = \frac{d\omega}{dt} h; \quad a_n = \frac{V^2}{\rho} = \frac{\omega^2 h^2}{\rho},$$

$$\text{где} \quad \frac{d\omega}{dt} = \varepsilon; \quad \rho = h.$$

Поэтому получим

$$a_{\tau} = \varepsilon \cdot h, \quad a_n = \omega^2 \cdot h, \quad a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2} = h\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \quad (2.62)$$

Поэтому линейная скорость, касательное, нормальное и полное ускорения естественным образом определяются формулами (2.61) и (2.62) соответственно.

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{|a_{\tau}|}{a_n} = \frac{|\varepsilon|}{\omega^2}. \quad (2.63)$$

Из (2.63) видно, что поскольку угловая скорость и угловое ускорение одинаковы для всех точек тела, то угол μ между ускорением и нормальным ускорением (радиусом) остается неизменным. Линейная скорость и ускорение произвольной точки вращающегося тела изменяются пропорционально расстоянию от этой точки до оси вращения.

2.5.3. Вектор линейной скорости и ускорения

Радиус-вектор произвольной точки M тела обозначим через \vec{r} (рис. 2.15, а)

$$\text{из } \triangle O O_1 M: \quad \sin(\vec{\omega}, \wedge \vec{r}) = \frac{h}{r},$$

$$h = r \cdot \sin(\vec{\omega}, \wedge \vec{r}). \quad (2.64)$$

Подставим (2.64) в (2.61): $V = \omega r \sin(\vec{\omega}, \wedge \vec{r})$,

Из этого получаем

$$\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (2.65)$$

Следовательно, вектор линейной скорости равен векторному произведению угловой скорости объекта на радиус-вектор рассматриваемой точки.

Для определения вектора линейного ускорения возьмем производную по времени из (2.65):

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt},$$

где $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\varepsilon}$, $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}$.

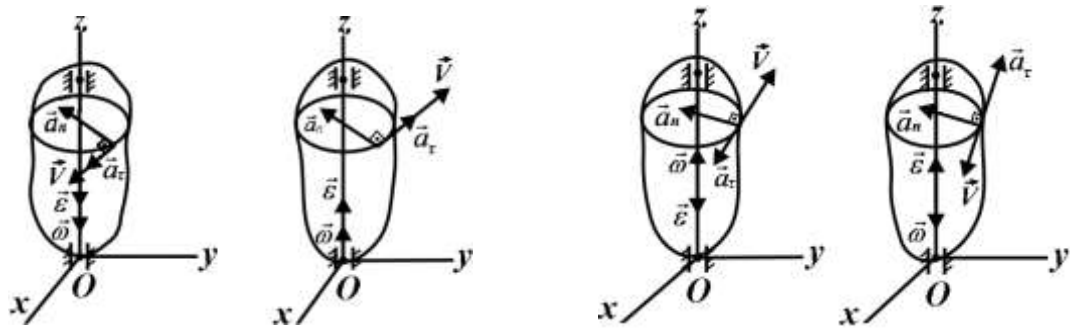
Результат

$$\vec{a} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{V}. \quad (2.66)$$

В формуле (2.66):

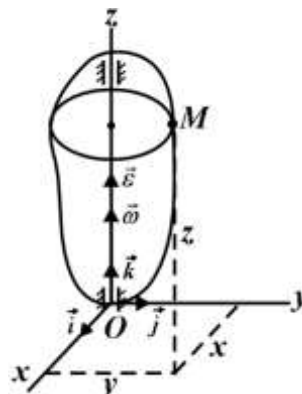
$$\vec{a}_\tau = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}, \quad \vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{V}. \quad (2.67)$$

Итак, (2.66) представляет собой вектор линейного ускорения, первый из (2.67) представляет собой вектор тангенциального ускорения, а второй представляет собой вектор нормального (центростремительного) ускорения. Направление этих векторов показано на рис. 2.16.



2.16-рис.

Определение линейной скорости и ускорения координатным способом.



2.17-рис.

Предположим, что объект вращается вокруг оси Oz декартовой системы координат $Oxyz$ (рис. 2.17).

Координаты произвольной точки M тела равны x, y, z ; проекции линейной скорости на оси Ox, Oy, Oz равны V_x, V_y, V_z ; Если обозначить проекции угловой скорости как $\omega_x, \omega_y, \omega_z$, то формулу (2.65) можно записать следующим образом:

$$V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

или

$$V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k} = \vec{i}(\omega_y z - \omega_z y) + \vec{j}(\omega_z x - \omega_x z) + \vec{k}(\omega_x y - \omega_y x).$$

где $\omega_x = 0, \omega_y = 0, \omega_z = \omega$; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — соответствующие векторные единицы осей Ox, Oy, Oz .

В итоге
$$V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k} = \vec{i}(-\omega y) + \vec{j}\omega x,$$

отсюда

$$V_x = -\omega y, V_y = \omega x, V_z = 0; \quad V = \omega \sqrt{y^2 + x^2}. \quad (2.68)$$

Касательные, нормальные составляющие линейного ускорения:

$$\vec{a}_\tau = \vec{a}_{\tau x} \vec{i} + \vec{a}_{\tau y} \vec{j} + \vec{a}_{\tau z} \vec{k} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z \\ x & y & z \end{vmatrix},$$

$$\vec{a}_n = a_{nx} \vec{i} + a_{ny} \vec{j} + a_{nz} \vec{k} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}.$$

где $a_{\tau x}, a_{\tau y}, a_{\tau z}$ — касательные; $a_{n\vec{x}}, a_{ny}, a_{nz}$ — нормальные, $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ — угловые ускорения соответствующие проекции относительно Ox, Oy, Oz осям, $\varepsilon_x = 0, \varepsilon_y = 0, \varepsilon_z = \varepsilon$.

Итоги:

$$\vec{a}_{\tau x}\vec{i} + \vec{a}_{\tau y}\vec{j} + \vec{a}_{\tau z}\vec{k} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \\ x & y & z \end{vmatrix},$$

$$a_{nx}\vec{i} + a_{ny}\vec{j} + a_{nz}\vec{k} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}.$$

где $a_{\tau x} = -\varepsilon y$, $a_{\tau y} = \varepsilon x$, $a_{\tau z} = 0$,

$$a_{nx} = -\omega V_y, \quad a_{ny} = \omega V_x, \quad a_{nz} = 0 \quad (2.69)$$

Поставив (2.68) в (2.69) получим:

$$a_{\tau x} = -\varepsilon y, \quad a_{\tau y} = \varepsilon x; \quad a_{nx} = -\omega^2 x, \quad a_{ny} = -\omega^2 y. \quad (2.70)$$

используя (2.70) определяем линейные ускорения

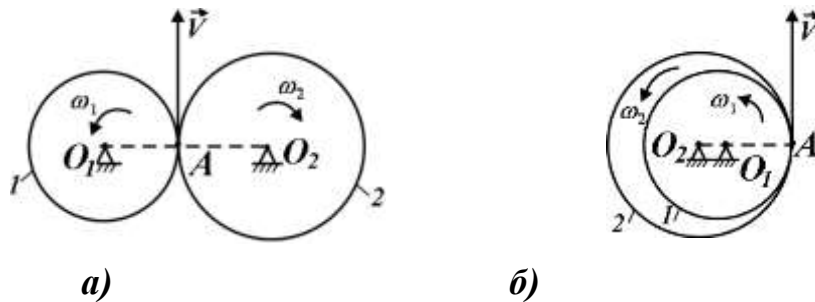
$$a_x = a_{\tau x} + a_{nx} = -\varepsilon y - \omega^2 x, \quad a_y = a_{\tau y} + a_{ny} = \varepsilon x - \omega^2 y. \quad (2.71)$$

Линейное ускорение определяется

$$a = \sqrt{(-\varepsilon y - \omega^2 x)^2 + (\varepsilon x - \omega^2 y)^2} \quad (2.72)$$

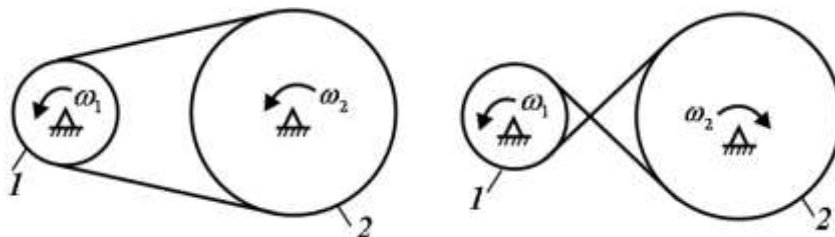
2.5.4. Передача вращательного движения от одного тела к другому.

Пусть зубчатые колеса с радиусами r_1 и r_2 входят в зацепление друг с другом (рис. 2.18; а, б).



2.18-рис.

Предположим, что первое колесо — ведущее, а второе — ведомое. Скорости точек контакта обоих колес одинаковы по величине и направлению:



*a**б*

2.19-рис

$$V_{1A} = V_{2A} \text{ или } \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2,$$

Отсюда выходит,

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (2.73)$$

Соотношение (30) справедливо и в случае, когда движение колес осуществляется посредством приводных ремней (рис. 2.19; а, б).

Из (2.73) видно, что отношение угловых скоростей колес обратно пропорционально отношению их радиусов.

Если зубья звездочки зацеплены снаружи (рис. 2.18, а) или зубчатые ремни соединены крест-накрест (рис. 2.19, б), то они будут вращаться в разных направлениях. Если шкивы имеют внутренние зубья (рис. 2.18, б) или приводные ремни не имеют перекрестных связей (рис. 2.19, а), они будут поворачиваться в одну сторону.

Отношение угловых скоростей зубчатых колес выражается через число зубьев z_1, z_2 или число оборотов n_1, n_2 следующим образом:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{r_1} . \quad (2.74)$$

Отношение угловой скорости ведущего колеса к угловой скорости ведомого колеса называется передаточным отношением:

$$i_{1,2} = \omega_1 / \omega_2. \quad (2.75)$$

Для колес на рис. 2.18, б и рис. 2.19, а число передач положительно; Для колес на рис. 2.18, а и рис. 2.19, б число передач будет отрицательным.

Если имеется n (несколько) пар шестерен, то общее передаточное отношение равно произведению передаточных чисел каждой пары шестерен:

$$i_{1,n} = i_{1,2} \cdot i_{2,3} \cdot \dots \cdot i_{n-1,n},$$

Из этого

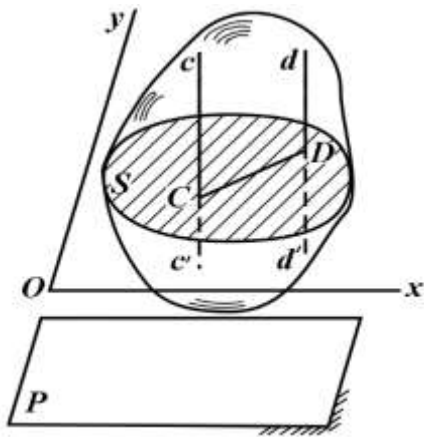
$$i_{1,n} = (-1)^m \cdot \omega_1 / \omega_n . \quad (2.76)$$

Здесь m — количество пар зубьев наружного зацепления.

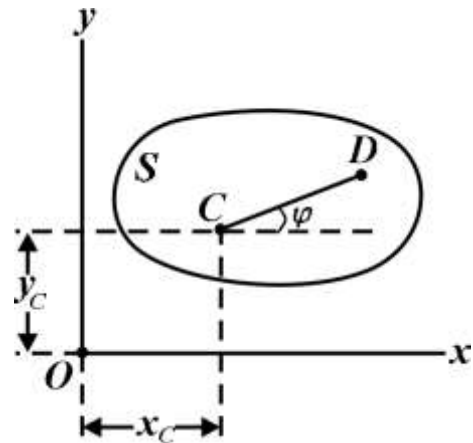
2.6. Плоскопараллельное движение твердого тела.

2.6.1. Свойства и уравнения плоскопараллельного движения. Разделение плоскопараллельного движения на поступательное и вращательное.

Если траектории точек твердого тела параллельны неподвижной плоскости Π , то такое движение называется плоскопараллельным (рис. 2.20). Примерами такого движения являются колесо, движущееся по прямолинейному участку дороги, или части машины или механизма, движущиеся по ровной поверхности.



2.20.-рис



2.21.-рис.

Для изучения плоскопараллельного движения твердого тела будем перемещать систему координат Oxy параллельно неподвижной плоскости P . Она отделяет от тела плоскость S , параллельную плоскости P . Точки на cc' и dd' , перпендикулярные сечению S (т. е. P), движутся равномерно.

Поэтому вместо изучения движения точек, лежащих на этих прямых, достаточно исследовать движение точек C и D , лежащих на сечении S .

Итак, для изучения плоскопараллельного движения твердого тела достаточно знать движение сечения S . В дальнейшем будем называть S - сечение плоской фигурой. Состояние плоской формы определяется состоянием полученного в ней сечения CD (рис. 2.21). Состояние отрезка CD можно определить следующим образом:

$$x_C = x_C(t) \quad , \quad y_C = y_C(t) \quad , \quad \varphi = \varphi(t) \quad (2.77)$$

где точка C называется полюсом. φ – угол поворота, то есть угол, образованный сечением CD с осью Ox .

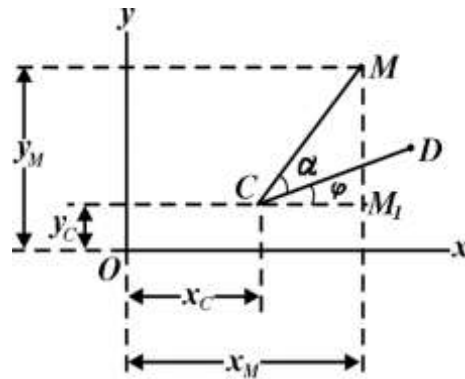
Первые два уравнения (2.77) представляют поступательное движение тела, а третье — вращательное движение вокруг полюса.

Таким образом, плоскопараллельное движение объекта состоит из перемещения полярной точки C и вращения вокруг оси, проходящей через C перпендикулярно плоскости чертежа P .

(2.77) представляет собой закон плоскопараллельного движения.

2.6.2. Траектория произвольной точки на плоской фигуре

Положение произвольной точки M при движении твердого тела S определяется соотношением $CM=v$ и $\angle MCD = \alpha$ (2.22-рис.).



2.22-рис.

Если известно (2.77), то координаты положения точки M :

$$x_M = x_C + CM_1, \quad y_M = y_C + MM_1. \quad (2.78)$$

из ΔCMM_1 :

$$CM_1 = CM \cos(\alpha + \varphi),$$

$$MM_1 = CM \sin(\alpha + \varphi)$$

или

$$CM_1 = v \cos(\alpha + \varphi),$$

$$MM_1 = v \sin(\alpha + \varphi). \quad (2.79)$$

Поставив (2.79) в (2.78) получим:

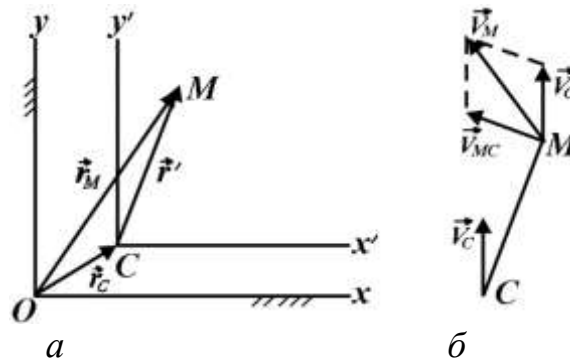
$$x_M = x_C + v \cos(\alpha + \varphi),$$

$$y_M = y_C + v \sin(\alpha + \varphi). \quad (2.80)$$

(2.80) Параметрическое уравнение траектории произвольной точки тела, совершающего плоское движение.

2.6.3. Определение скорости точек плоской фигуры

Рассмотрим положение твердого тела S относительно неподвижной системы Oxy (рис. 2.23). Примем точку C сечения S за полюс и получим систему координат $Cx'y'$, которая движется поступательно вместе с телом из этой точки. В этом случае положение произвольной точки M тела можно определить векторным методом следующим образом:



2.23-рис.

$$\vec{r}_M = \vec{r}_C + \vec{r}'. \quad (2.81)$$

Берём производную по времени от (5), получаем

$$\frac{d\vec{r}_M}{dt} = \frac{d\vec{r}_C}{dt} + \frac{d\vec{r}'}{dt} \quad \text{или} \quad \vec{V}_M = \vec{V}_C + \vec{V}'$$

где $\vec{V}' = \vec{V}_{MC}$, скорость вращения точки M вокруг полюса.

Как результат :

$$\vec{V}_M = \vec{V}_C + \vec{V}_{MC}. \quad (2.82)$$

Поэтому скорость произвольной точки равномерно движущегося тела равна геометрической сумме скорости полюса (точки) и линейной скорости вращательного движения этой точки вокруг полюса (рис. 2.23, б).

Согласно формуле линейной скорости:

$$\vec{V}_{MC} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \vec{\omega} \times \vec{CM}, \quad \vec{V}_{MC} \perp \vec{CM}.$$

Результат:

$$\vec{V}_M = \vec{V}_C + \vec{\omega} \times \vec{CM}.$$

Величина скорости произвольной точки M тела, равномерно движущегося, определяется следующим образом:

$$V_M = \sqrt{V_{Mx}^2 + V_{My}^2}, \quad (2.83)$$

где

$$\begin{aligned} V_{Mx} &= V_{Cx} + V_{(MC)x}, \\ V_{My} &= V_{Cy} + V_{(MC)y}. \end{aligned} \quad (2.84)$$

Если $\vec{V}_C \perp \vec{V}_{MC}$, то $V_M = \sqrt{V_C^2 + V_{MC}^2}$.

Когда V_C и V_{MC} образуют определенный угол, величина V_M находится с помощью теоремы косинусов.

2.6.4. Ускорение произвольной точки тела при плоскопараллельном движении.

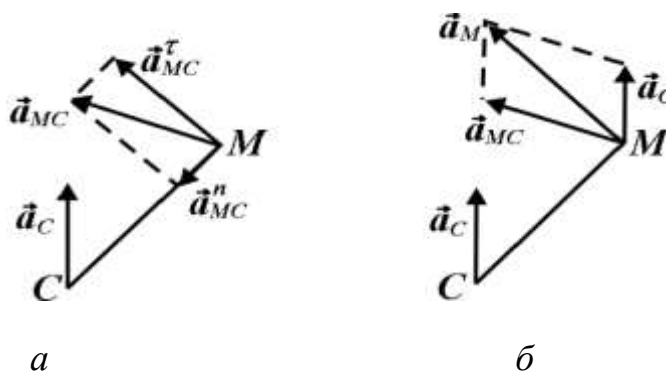
Для определения ускорения произвольной точки M тела, движущегося плоскопараллельно, можно вывести производную по времени из (2.82):

$$\frac{d\vec{V}_M}{dt} = \frac{d\vec{V}_C}{dt} + \frac{d\vec{V}_{MC}}{dt}$$

или

$$\vec{a}_M = \vec{a}_C + \vec{a}_{MC}. \quad (2.85)$$

Из (2.85) видно, что вектор ускорения в точке M равен геометрической сумме вектора ускорения на полюсе и полного вектора ускорения, возникающего в результате вращения этой точки вокруг полюса (рис. 2.24; а, б)



2.24-рис.

разделим на касательные и нормальные составляющие ускорения для \vec{a}_C и \vec{a}_{MC} из (2.85), то получим

$$\vec{a}_C = \vec{a}_C^\tau + \vec{a}_C^n, \quad \vec{a}_{MC} = \vec{a}_{MC}^\tau + \vec{a}_{MC}^n$$

Тогда (9) будет в следующем виде:

$$\vec{a}_M = \vec{a}_C^\tau + \vec{a}_C^n + \vec{a}_{MC}^\tau + \vec{a}_{MC}^n, \quad (2.86)$$

где:

$$a_C^\tau = \frac{dv_C}{dt}, \quad a_C^n = \frac{v_C^2}{\rho}; \quad a_{MC}^\tau = \varepsilon MC, \quad a_{MC}^n = \omega^2 MC.$$

При решении задач на плоскопараллельное движение тела, спроецировав (2.86) на декартовы оси координат Ox, Oy , определяется величина a_M :

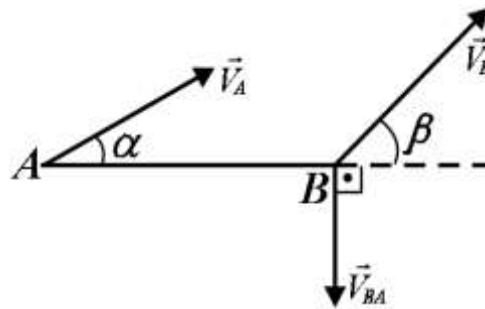
$$a_M = \sqrt{a_{Mx}^2 + a_{My}^2}, \quad (2.87)$$

где

$$\begin{aligned} a_{Mx} &= a_{Cx}^\tau + a_{Cx}^n + a_{(MC)x}^\tau + a_{(MC)x}^n, \\ a_{My} &= a_{Cy}^\tau + a_{Cy}^n + a_{(MC)y}^\tau + a_{(MC)y}^n. \end{aligned} \quad (2.88)$$

Теорема о проекции скорости двух точек тела при плоскопараллельном движении

Теорема. При плоском параллельном движении тела проекции скоростей двух точек тела на прямую, соединяющую эти точки, равны. (2.25-рис).



2.25- рис.

Исбот . Предположим что точка A полюсом, тогда по(2.82) скорость точки B будет:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}. \quad (2.89)$$

Спроецируем (2.89) на направление AB :

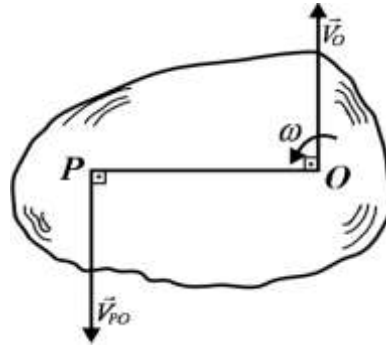
$$V_B \cos \beta = V_A \cos \alpha + V_{AB} \cos 90^\circ,$$

Учитывая $\cos 90^\circ = 0$, получим

$$V_B \cos \beta = V_A \cos \alpha \quad (2.90)$$

Теорема доказана.

2.6.5. Определение мгновенного центра скоростей точек плоской фигуры



2.26-рис

Точка тела, совершающая плоскопараллельное движение с нулевой скоростью в данный момент времени, называется мгновенным центром скорости. Покажем, что такая точка существует в теле, движущемся плоскопараллельно.

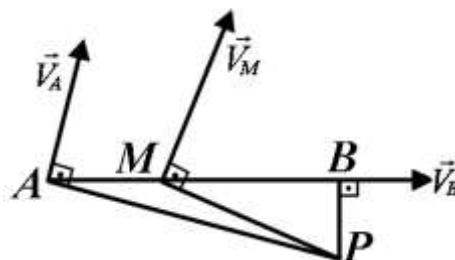
Предположим, что тело, совершающее плоскопараллельное движение, имеет скорость V_0 в некоторой точке O и угловую скорость вращения ω вокруг точки O (рис. 2.26). Приняв точку O за полюс, проведем из этой точки линию, перпендикулярную V_0 , в направлении кругового движения.

По формуле $\vec{V}_P = \vec{V}_O + \vec{V}_{PO}$:

где $\vec{V}_{PO} \perp OP$ и направлена противоположно \vec{V}_O . В результате будет

$$V_{PO} = \omega OP = \omega \frac{V_0}{\omega} = V_0$$

$$\vec{V}_{PO} = -\vec{V}_0, \vec{V}_P = 0.$$



2.27-рис

Следовательно, точка пересечения перпендикулярных линий, перенесенных в направление скоростей точек тела при прямолинейном параллельном движении, есть МЦС (мгновенный центр скоростей) (рис. 2.27).

Если принять точку P за полюс, то скорости точек A и B будут следующими:

$$\vec{V}_A = \vec{V}_P + \vec{V}_{AP}, \quad \vec{V}_B = \vec{V}_P + \vec{V}_{BP}$$

Так как $\vec{V}_P = 0$:

$$\vec{V}_A = \vec{V}_{AP}, \quad V_A = \omega AP; \quad \vec{V}_B = \vec{V}_{BP}, \quad V_B = \omega BP. \quad (2.91)$$

Из (2.91):

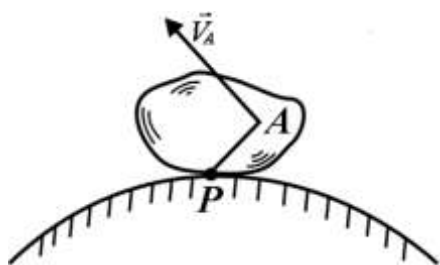
$$\omega = \frac{V_A}{AP}, \quad \Leftrightarrow \quad \frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP}. \quad (2.92)$$

Из вышеизложенного следуют следующие выводы:

1. МЦС определяется, когда известно направление скоростей двух точек тела, движущихся параллельно.
2. Угловая скорость тела, движущегося плоскопараллельно, находится, если заданы сумма скорости одной точки тела, движущегося плоскопараллельно, и расстояние от этой точки до МЦС.
3. Для определения скорости произвольной точки тела, движущегося равномерно и параллельно, необходимо знать величину скорости одной точки и направление скоростей двух точек.

Методы определения мгновенного центра скоростей

МЦС плоской формы легко определяется в следующих случаях:

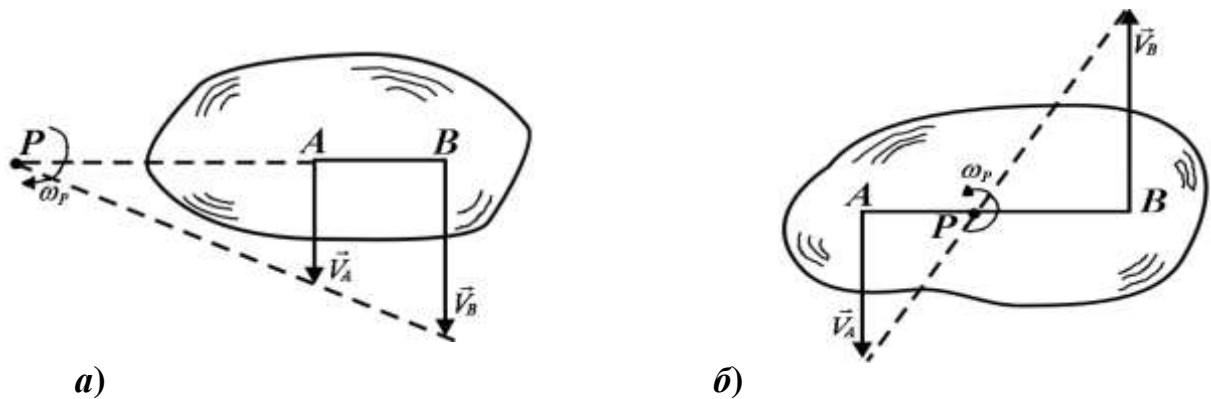


- 1) Если плоская фигура движется без скольжения по неподвижной поверхности, то ее точка контакта с неподвижной поверхностью — МЦС (рис. 2.28).

2.28-рис

- 2) Если известны скорости точек A и B плоскости, и они параллельны друг другу и перпендикулярны AB , то продолжим линию, соединяющую

концы этих скоростей, до пересечения с AB . Полученная точка P — это МЦС.
(рис. 2.29; а, б)



2.29-рис

3) Если $\vec{V}_A \parallel \vec{V}_B$, $V_A = V_B$, тогда тело совершает поступательное движение, и мгновенный центр скоростей лежит в бесконечности.
($AP = \infty$) (2.30-рис; а, б)

$$\omega = \frac{V_A}{AP} = \frac{V_A}{\infty} = 0.$$



2.30-рис

2.7.Сложное движение точки

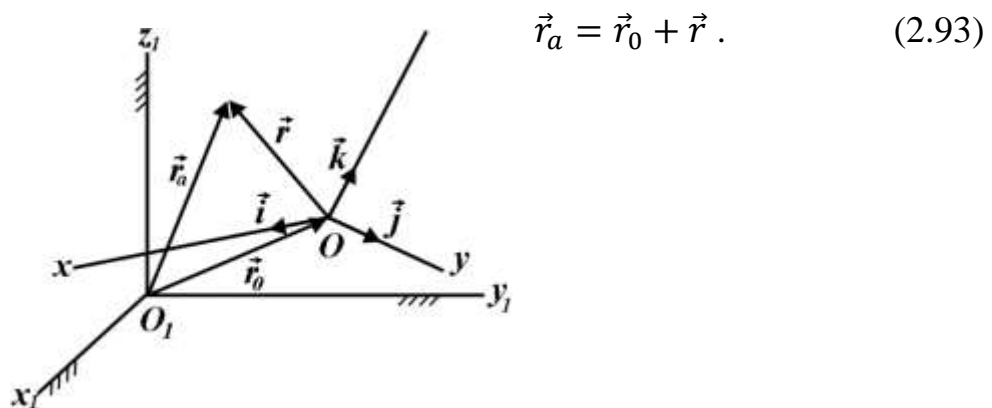
Относительное, переносное и сложное (абсолютное) движение.
Относительное, переносное и сложное (абсолютные) скорости и ускорения

В описанных выше темах мы рассматривали исследование движения материальной точки относительно одной неподвижной системы. В этой теме мы рассмотрим движение материальной точки относительно двух систем координат, а именно подвижной системы $Oxyz$ и неподвижной системы $O_1x_1y_1z_1$ (рис.2.31).

Движение точки M относительно подвижной системы координат $Axyz$ относительное; движение точки вместе с подвижной системой $O x y z$ относительно неподвижной переносное; движение точки относительно неподвижной системы координат $O_1 x_1 y_1 z_1$ называется сложным (абсолютным) движением.

Обозначим радиус-вектор начало координат движущейся системы относительно неподвижной системы через \vec{r}_0 , радиус-вектор положения точки M относительно подвижной системы через \vec{r} , а радиус-вектор положения относительно неподвижной системы через \vec{r}_a .

Из 2.31-рисунка:



2.31-

рис

(2.93) представляет собой закон сложного движения материальной точки.

Чтобы различать скорость и ускорение, векторы абсолютной, относительной и переносной скорости обозначаются как \vec{V}_a , \vec{V}_r , и \vec{V}_e соответственно, а векторы ускорения обозначаются как \vec{a}_a , \vec{a}_r и \vec{a}_e . При рассмотрении абсолютного ускорения мы обнаруживаем дополнительное (Кориолисово) ускорение \vec{a}_k .

Теорема о сложении скоростей

Для определения абсолютной скорости возьмем производную по времени от (2.93):

$$\frac{d\vec{r}_a}{dt} = \frac{d\vec{r}_0}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} , \quad (2.94)$$

где :

$$\frac{d\vec{r}_a}{dt} = \vec{V}_a, \frac{d\vec{r}_0}{dt} = \vec{V}_0 . \quad (2.95)$$

\vec{r} – радиус-вектор запишем следующим образом:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad (2.96)$$

где: x, y, z – координаты радиус-вектора \vec{r} относительно системы $Oxyz$;
 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единицы вектора осей Ox, Oy, Oz .

Производная по времени от (4), получим:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} + x\frac{d\vec{i}}{dt} + y\frac{d\vec{j}}{dt} + z\frac{d\vec{k}}{dt}, \quad (2.97)$$

где

$$\vec{V}_r = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}. \quad (2.98)$$

(2.98) формула выражает относительную скорость. При его расчёте $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ считаются постоянным.

Если угловая скорость $\vec{\omega}_e$ подвижной системы координат в заданный момент времени известна, то скорости $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ концов векторов определяются следующим образом:

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = \vec{\omega}_e \times \vec{i}, \quad \frac{d\vec{j}}{dt} = \vec{\omega}_e \times \vec{j}, \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = \vec{\omega}_e \times \vec{k}. \quad (2.99)$$

Если поставим (2.98) и (2.99) в (2.97) то получим:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}_r + x \cdot \vec{\omega} \times \vec{i} + y \cdot \vec{\omega} \times \vec{j} + z \cdot \vec{\omega} \times \vec{k}$$

$$\text{или} \quad \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}_r + \vec{\omega}_e \times (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}). \quad (2.100)$$

(2.96) поставим в (2.100):

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}_r + \vec{\omega}_e \times \vec{r}. \quad (2.101)$$

Учитывая (2.95) и (2.101), запишем (2.94):

$$\vec{V}_a = \vec{V}_0 + \vec{V}_r + \vec{\omega}_e \times \vec{r},$$

$$\text{где} \quad \vec{V}_e = \vec{V}_0 + \vec{\omega}_e \times \vec{r}. \quad (2.102)$$

(2.102) формула выражает переносную скорость.

В результате

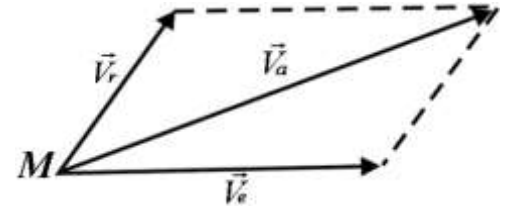
$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e. \quad (2.103)$$

(2.103) выражает теорему о сложении скоростей точки при сложном движении: абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей этой точки (рис. 2.32).

Таким образом, если известны относительная и поступательная скорости точки по величине и направлению, то модуль абсолютной скорости выражается диагональю параллелограмма, построенного на относительной и поступательной скоростях. Абсолютный модуль скорости находится с помощью теоремы косинусов:

$$V_a = \sqrt{V_r^2 + V_e^2 + 2V_r V_e \cos(\vec{V}_r, \vec{V}_e)}.$$

(2.104)



если $\alpha = 90^\circ$, тогда $V_a = \sqrt{V_r^2 + V_e^2}$;

если $\alpha = 0^\circ$, $V_a = V_r + V_e$;

если $\alpha = 180^\circ$, будет $V_a = |V_r + V_e|$

2.32-рис

Теорема о сложении ускорений. Теорема Кориолиса.

Для определения абсолютного ускорения берём производную от (2.103) по времени:

$$\frac{d\vec{V}_a}{dt} = \frac{d\vec{V}_r}{dt} + \frac{d\vec{V}_e}{dt}.$$

(2.105)

Из (2.105) определим $\frac{d\vec{V}_r}{dt}$:

$$\frac{d\vec{V}_r}{dt} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k} + \dot{x}\frac{d\vec{i}}{dt} + \dot{y}\frac{d\vec{j}}{dt} + \dot{z}\frac{d\vec{k}}{dt}.$$

(2.106)

Поставим (2.99) в (2.106):

$$\frac{d\vec{V}_r}{dt} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k} + \vec{\omega}_e \times (\dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}),$$

(2.107)

где $\vec{a}_r = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}.$ (2.108)

(2.108) формула выражает относительное ускорение.

Подставим (2.98) и (2.108) в (2.107):

$$\frac{d\vec{V}_r}{dt} = \vec{a}_r + \vec{\omega}_e \times \vec{V}_r.$$

(2.109)

Это $\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r$ выражение характеризует изменение переносной скорости при относительном движении.

Из (2.102) определим $\frac{d\vec{V}_e}{dt}$:

$$\frac{d\vec{V}_e}{dt} = \frac{d\vec{V}_0}{dt} + \frac{d\vec{\omega}_e}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega}_e \times \frac{d\vec{r}}{dt},$$

$$\text{где} \quad \frac{d\vec{V}_0}{dt} = \vec{a}_0, \quad \frac{d\vec{\omega}_e}{dt} = \vec{\varepsilon}_e. \quad (2.110)$$

$$\text{Результат:} \quad \frac{d\vec{V}_e}{dt} = \vec{a}_0 + \vec{\varepsilon}_e \times \vec{r} + \vec{\omega}_e \times \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (2.111)$$

поставим (2.101) в (2.111):

$$\frac{d\vec{V}_e}{dt} = \vec{a}_0 + \vec{\varepsilon}_e \times \vec{r} + \vec{\omega}_e \times \vec{V}_r + \vec{\omega}_e \times \vec{\omega}_e \times \vec{r}. \quad (2.112)$$

Где $\vec{a}_0 + \vec{\varepsilon}_e \times \vec{r} + \vec{\omega}_e \times \vec{\omega}_e \times \vec{r}$ выражает переносное ускорение, а $\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r$ выражение характеризует изменение переносной скорости при относительном движении. Учитывая это, (2.112) можно написать в следующем виде:

$$\frac{d\vec{V}_e}{dt} = \vec{a}_e + \vec{\omega}_e \times \vec{V}_r. \quad (2.113)$$

Подставив (2.109) и (2.113) в (2.105) получим: $\frac{d\vec{V}_a}{dt} = \vec{a}_r + \vec{a}_e + 2\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r$

$$\text{или} \quad \vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_k, \quad (2.114)$$

$$\text{где} \quad 2\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r = \vec{a}_k. \quad (2.115)$$

(2.115) формула выражает ускорение Кориолиса.

(2.114) формула выражает теорему сложения ускорений.

Определение. Абсолютное ускорение точки в сложном движении равно геометрической сумме её относительного, переносного и ускорения Кориолиса.

Для вычисления модуля абсолютного ускорения запишем (2.114) следующим образом:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_e^n + \vec{a}_k, \quad (2.116)$$

где

$$a_r^\tau = \frac{dV_r}{dt}, \quad a_r^n = \frac{V_r^2}{\rho}, \quad a_e^\tau = \varepsilon_e \cdot h, \quad a_e^n = \omega_e^2 \cdot h, \quad (2.117)$$

$$a_k = 2\omega_e V_r \cdot \sin(\vec{\omega}_e, \wedge \vec{V}_r). \quad (2.118)$$

В формуле (2.116) \vec{a}_r^τ перпендикулярна траектории относительного движения, \vec{a}_r^n перпендикулярна \vec{a}_r^τ и направлена вдоль вогнутой стороны траектории; \vec{a}_e^τ касательна по траектории переносного движения $\vec{a}_e^n \perp \vec{a}_e^\tau$, направленное по вогнутой стороне траектории.

Направление ускорения Кориолиса находится по правилу Жуковского:

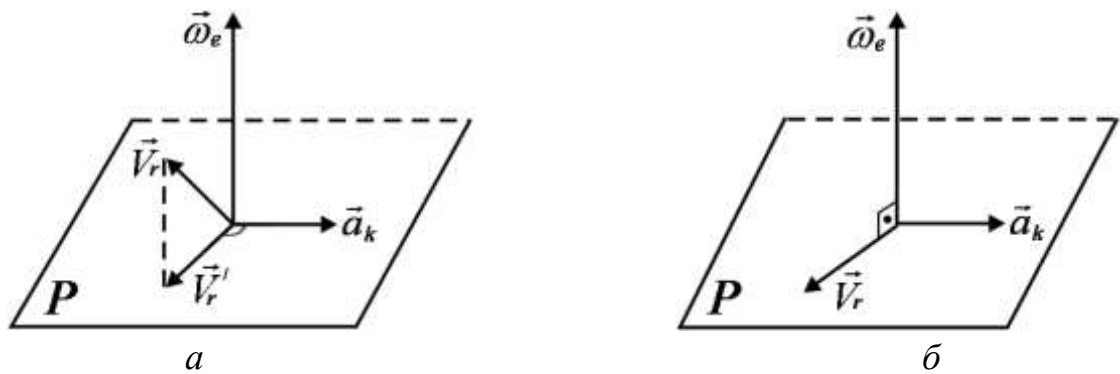
1) проводим плоскость P , перпендикулярную направлению угловой скорости перемещения;

2) Проецируем относительную скорость (\vec{V}_r) на плоскость P и обозначаем ее как \vec{V}_r' ;

3) Поворачиваем \vec{V}_r' на 90° в направлении поступательного движения.

Полученное направление представляет собой направление ускорения Кориолиса (рис. 3, а).

Если $\vec{\omega}_e \perp \vec{V}_r$, то для нахождения направления \vec{a}_k , поворачиваем \vec{V}_r на 90° в направлении поступательного движения (рис. 2.33, б).



2.33-рис

После определения модулей ускорений и направлений всех ускорений по формулам (2.117) и (2.118) проецируем (2.116) на выбранные оси Ox , Oy , Oz , то есть:

$$a_{ax} = a_{rx}^r + a_{rx}^n + a_{ex}^r + a_{ex}^n + a_{kx},$$

$$a_{ay} = a_{ry}^r + a_{ry}^n + a_{ey}^r + a_{ey}^n + a_{ky},$$

$$a_{az} = a_{rz}^r + a_{rz}^n + a_{ez}^r + a_{ez}^n + a_{kz}$$

Отсюда получим

$$a_a = \sqrt{a_{ax}^2 + a_{ay}^2 + a_{az}^2}$$

Используя (2.118), выводим следующие частные случаи:

1. Если подвижная система координат совершает поступательное движение ($\omega_e = 0$), то $a_k = 0$.

2. Если относительная скорость точки в данный момент равна нулю, то $a_k = 0$.

3. В данный момент, если угловая скорость поступательного движения параллельна относительной скорости $[(\vec{\omega}_e, \wedge \vec{V}_r)=0, (\vec{\omega}_e, \wedge \vec{V}_r)=180^\circ]$, то $a_k=0$.

3. Кинематическое исследование механизмов

3.1. Строение плоских механизмов

Формирование механизмов, то есть процесс проектирования, представляет собой сложный процесс, которое подразделяется на следующие самостоятельные этапы:

Первый этап – определение требуемого вида и кинематической схемы механизма, по законам движения.

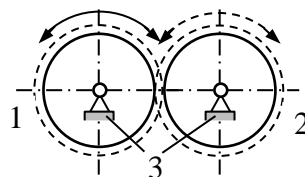
Второй этап-разработка конструктивной формы механизма, обеспечивающей прочность, долговечность, высокий коэффициент полезного действия.

Третий этап-разработка технологических и технико-экономических показателей, определяющих эксплуатацию, ремонт на производстве.

Процесс проектирования и создания механизмов по условиям заданной кинематической схемы называется синтезом механизмов.

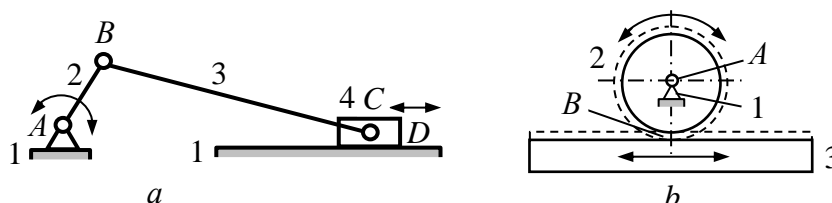
Механизмы, имеющие важное значение в технике, будут иметь следующие основные цели:

1. Передача вращательного движения вокруг одной оси на вращательное движение вокруг другой оси.



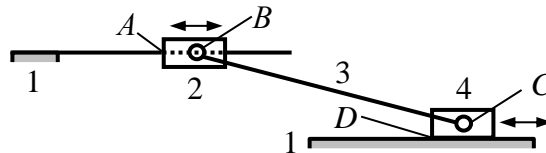
3.1-рис. Зубчатая передача:
1,2-подвижные звенья; 3-неподвижное звено, опора

2. Преобразование вращательного движения вокруг оси в поступательное движение по прямой и наоборот.



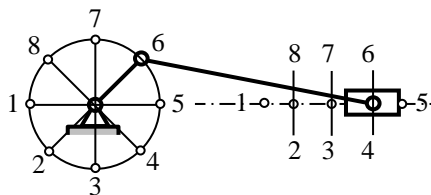
3.2 -рис. *a*-кривошипно – шатунный механизм; *b*-зубчато-реечный механизм;
 1 - неподвижное звено, опора; 2, 3, 4-подвижные звенья;
A, B, C, D-кинематические пары

3. Преобразование поступательного движения по одной заданной прямой в поступательное движение по другой заданной прямой.



3.3-рис. Механизм, передающий поступательное движение:
 1 - неподвижное звено, опора; 2, 3, 4-подвижные звенья;
A, B, C, D-кинематические пары

4. Рычажный механизм восстанавливающий требуемую траекторию движения любой точки в звене, восстановление движения точками остановки выходного звена.

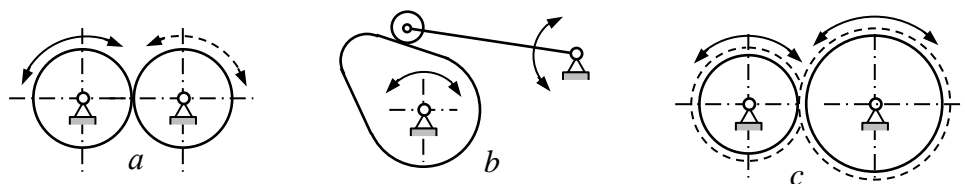


3.4 -рис. Схема траектории движения кривошипно-ползунного механизма

При решении первых трех задач даны законы требуемого движения звеньев, которые взаимно передают движение звеньев. Законы движения линейных и угловых скоростей даны в виде функции времени.

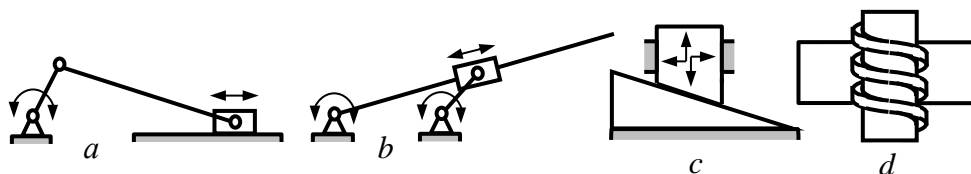
Траектория, необходимая при решении четвертой задачи, задается аналитически (в виде уравнения) или графически (точки траектории).

Если механизм состоит из высших кинематических пар, то он будет центроидным, кулачковым, зубчатым.



3.5-рис. Механизмы с высшими кинематическими парами:
a - центроид, *b*-кулачковый, *c*-зубчатый

Если механизм состоит из низших кинематических пар, то они бывают рычажные, кулисные, клиновые, винтовые.



3.6-рис. Механизмы с низшими кинематическими парами:
a - рычажный, *b* - кулисный, *c*-клиновый, *d*-винтовой

3.2. Структурная классификация плоских механизмов

Элементарной составляющей любого механизма является кинематическое звено. Простое звено-состоит из одной детали. Сложное звено-состоит из нескольких деталей, скрепленных между собой скобами. Большинство звеньев сложные.

Два подвижно соединенных звена составляют кинематическую пару. Кинематические пары бывают высшие и низшие.

В высших парах звенья соединяются точкой или линией.

В низших парах звенья соединяются по поверхностям.

Кинематические пары делятся на 5 классов по количеству условных связей. Условные связи определяются как:

$$S = 6 - H;$$

где H -степень подвижности (свободы) звена.

По степени подвижности пары делятся на 5 видов.

Первый класс в кинематических парах $S = 1$, пятый вид $N = 5$.

Второй класс $S = 2$, четвертый вид $N = 4$.

Третий класс- $S = 3$, третий вид - $N = 3$.

Четвертый класс $S = 4$, второй вид $N = 2$.

Пятый класс $S = 5$, первый вид $N = 1$.

Система кинематических пар разных классов, образует кинематическую цепь. Количество различных звеньев, из которых состоит цепь, обозначается p_i , i -класс.

Например, количество пар в третьем классе $p_3(S_3=3, H=3)$.

Подвижность кинематической цепи состоящей из m –ного количества звеньев :

$$H=6m -S_1p_1- S_2p_2- S_3p_3- S_4p_4- S_5p_5= 6m -1p_1- 2p_2- 3p_3- 4p_4- 5p_5.$$

Чтобы быть механизмом, одно из звеньев в кинематической цепи должна быть неподвижной (опора, колонна), и по отношению к нему под воздействием ведущего звена перемещаются другие звенья. Количество подвижных звеньев в механизме: $p=m-1$. Степень подвижности механизма W определяется:

$$W=6p -1p_1- 2p_2- 3p_3- 4p_4- 5p_5.$$

Степень подвижности плоской кинематической цепи:

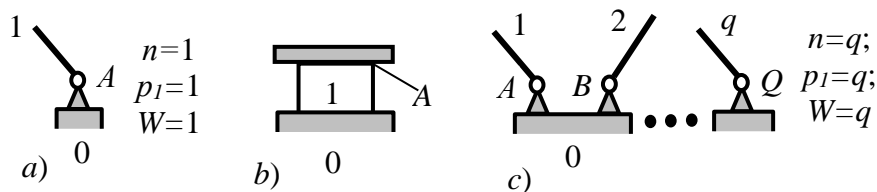
$$H=3p -1p_4- 2p_5.$$

Степень подвижности плоского механизма:

$$W=3p -1p_4- 2p_5.$$

Структура механизма и метод расчета определяются на основе структурной классификации Ассур-Артоболевского. По этой классификации класс группы определяется по числу кинематических пар, образующих наиболее сложный замкнутый контур, а порядок группы – по числу внешних свободных шарниров.

В любом механизме будет одно или несколько ведущих (стартовых) звеньев. Степень подвижности ведущего звена по отношению к опоре равна единице ($W=1$) (3.7-рис).



3.7 -рис. Схема механизмов 1 класса:
0 - опора(стойка); 1-ведущее (начальное) звено;
A, B...Q – кинематические пары

Если при объединении свободных пар в стойку образуется нулевая ($W=0$) степень свободы, кинематическая цепь называется структурной

группой (Ассур-группой). Ведущее звено, входящее в низшую пару вместе с опорой будет иметь одну степень свободы (3.7-рис., *a, b*):

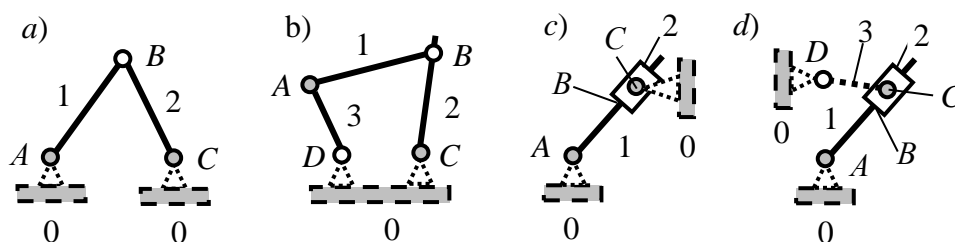
$$W=3n-2p_I=3\times 1-2\times 1=1;$$

где n -количество подвижных звеньев ;

p_I - количество кинематических пар 1- класса.

Ведущие звенья q , соединенные с опорой, будут иметь степень свободы q (рис. 3.7,):

$$W = 3 q - 2 q = q.$$



3.8-рис. Схема строения механизмов:

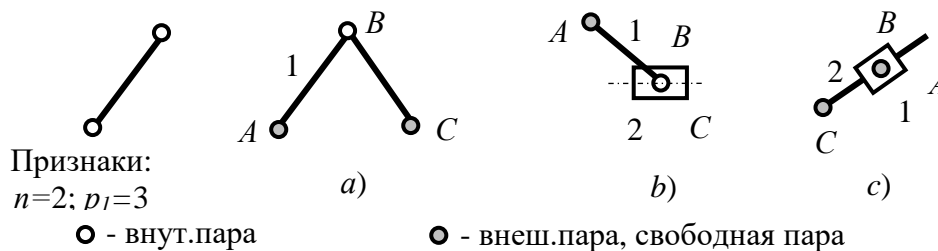
0 - опора; 1, 2, 3 – звенья; A, B, C, D-кинематические пары

На 3.8- рисунке *a, b* показана группа, состоящая из 1 , 2 звена и кинематических пар A, B, C. Кинематическая пара B состоящая из 1 и 2-звена будет внутренней, а пары A и C будут полусвободными. Ферма образуется, если объединить каждую группу со свободными парами в опору 0 ($W_{gr}=0$) – группа Ассура. При объединении групп на рисунке 3.8, *b, d* в ведущее 3-е звено и опору 0 образуется механизм с одной степенью свободы.

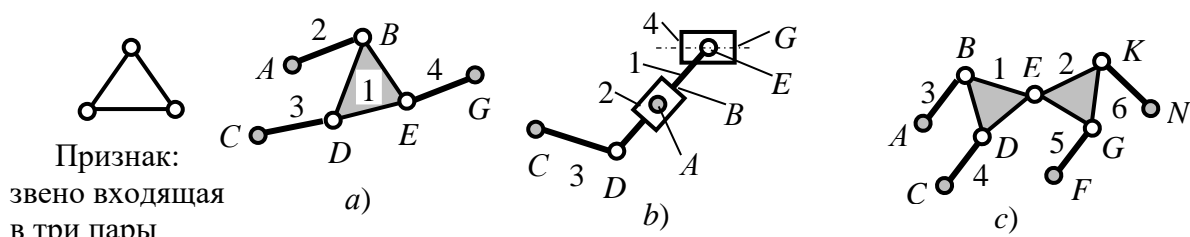
В зависимости от классификации структура группы подразделяются на II и V классы.

В группах II класса любое звено принадлежит только двум парам,

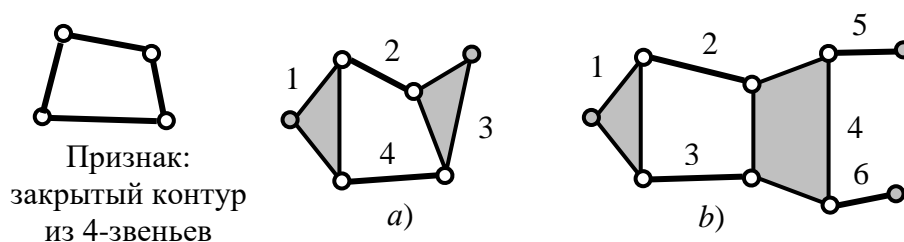
в III классе – 3 пары, в IV и V классах – 4 и 5 звена, которые образуют замкнутый контур.



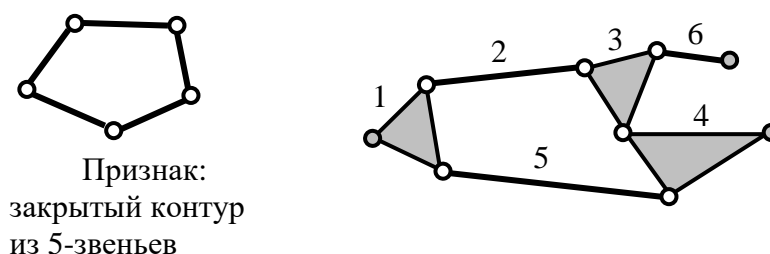
3.9-рис. Структура группы II класса



3.10-рис. Структурные группы III класса:
a) - 3-го порядка; b) - 2-го порядка; c) - 4-го порядка



3.11-рис. Структурные группы IV класса:
a) - 2-го порядка; b) - 3-го порядка



3.12-рис. Структурная группа V класса 3-го порядка

Структурные группы одинакового класса будет иметь один метод вычислений и принципиально отличается от метода вычислений других групп. Для любой группы структур класс определяется по внешнему признаку и, таким образом, определяется метод расчета.

3.3. Кинематика механизмов.

Кинематика начальных звеньев

Механизмы обычно представляют собой сложную конструкцию и представляют собой систему, состоящую из различных соединений. По этой

причине передача при кинематическом анализе считается гораздо более сложной задачей. Чтобы облегчить этот вопрос, кинематический анализ механизмов проводится на основе кинематики исходных звеньев. Изучается его кинематический анализ, т. е. законы движения, без учета силы, приводящей в движение исходное звено.

Чем больше степеней свободы имеет механизм, тем больше начальных (ведущих) звеньев. Если степень свободы механизма равна 1, то стартер будет одним звеном. Когда степень свободы равна 2, количество начальных звеньев равно двум.

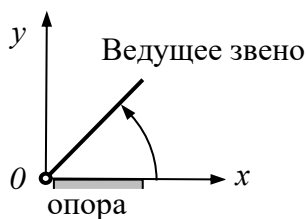
Законы движения начальных звеньев даны в виде функций перемещений, скорости или ускорения.

Функция перемещений дается в виде функции начальных звеньев по времени. Если начальное звено шарнирно соединен с опорой в вращательной паре, то перемещение задается следующей функцией:

$$\varphi = \varphi(t); \quad (3.1)$$

где φ – угол поворота относительно неподвижной системы координат xOy , связанной с неподвижной опорой;

t -время.

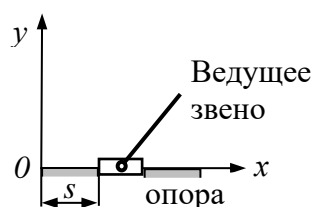


3.13- рис. Схема ведущего звена в паре с опорой

Если ведущее звено находится в паре с опорой в поступательном движении, то перемещение дается следующей функцией:

$$s = s(t); \quad (3.2)$$

где s -смещение произвольно выбранной точки A в ведущем звене относительно неподвижной системы координат xOy .



3.14-рис. Схема ведущего звена в паре с поступательной опорой

Функции $\varphi = \varphi(t)$ и $s = s(t)$ можно представить в виде графиков.

по оси y ставится угол поворота φ , или смещение s , а по оси x ставится время t . Величины φ , s , t задаются в выбранных масштабах μ_φ , μ_s , μ_t .

С помощью графиков определяется угол поворота φ или смещение s для любого временного интервала. На графике для произвольной точки i угол поворота начального звена φ_i из исходного положения $\varphi_o = 0$ можно записать как:

$$\varphi_i - \varphi_o = \mu_\varphi b; \quad (3.3)$$

где b —отрезок в мм по оси y .

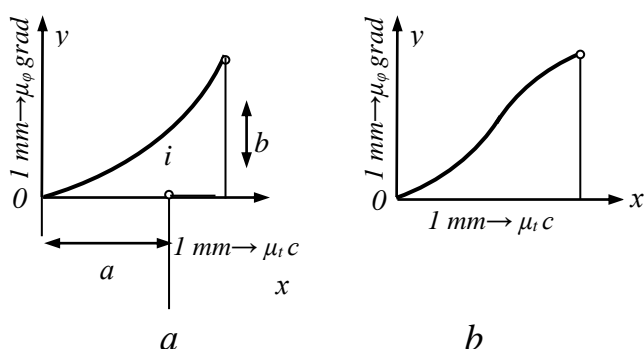
φ_i -угол поворота

t_φ -время:

$$t_i - t_o = \mu_t a; \quad (3.4)$$

где a — отрезок в мм по оси x .

Аналогичным образом можно определить смещение s начального звена в поступательном движении.

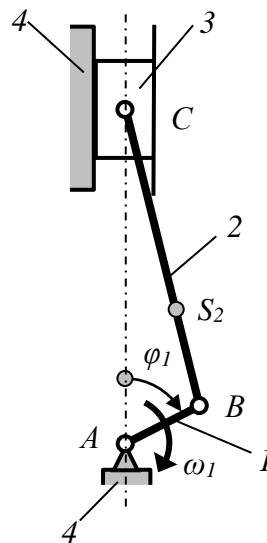


3.15-рис. Графики перемещений начального звена:

а-график угловых перемещений; б-график линейных перемещений

Кривошипно-ползунный механизм

Кривошипно-шатунный механизм используется в качестве основного механизма в различных машинах. Например, в двигателе, компрессоре, насосе и т. д. Рассмотрим кинематическую схему двигателя внутреннего сгорания.



3.16-рис. Кинематическая схема кривошипно-шатунного механизма ДВС:
1-кривошип AB ; 2-шатун BC ; 3- поршень; 4-стойка, неподвижный корпус; S_2 -центр масс шатуна; φ_1 - угловая координата 1-звена; ω_1 - угловая скорость 1-звена

Он состоит из следующих частей: 1–кривошип; 2–шатун; 3–поршень; 4–корпус цилиндра. Они образуют кинематическую цепь. 1,2,3-подвижные звенья. 4-е звено является неподвижной опорой, по этой причине эта цепь считается механизмом. A , B , C – кинематические пары; 1-2 – вращательная пара; 1-2-4 – вращательная пара с неподвижным звеном; 2-3–вращательно – поступательная пара; 3-4-вращательная пара с неподвижным звеном.

Механизм будет плоским. Степень свободы $W=1$; количество звеньев $t = 4$; количество неподвижных звеньев $p = 1$.

Число подвижных звеньев $p = 3$. 2-й, 3-й и 4-ые звенья одноподвижные 5-го класса ($H=1$, $U=5$). Кинематическая пара A 5- класса с одним движением ($p_5=1$), пары B и C 4-класса двух подвижные ($p_4=2$). Степень подвижности кинематической цепи:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 = 6 \times 3 - 5 \times 1 - 4 \times 2 = 18 - 13 = 5.$$

Определение методом планов скоростей и ускорений групп 2- класса

Задача1.

Составьте план скоростей и ускорений кривошипно–ползунного механизма компрессора (3.17-рис.). Определить скорость и ускорение точки C , угловую скорость и угловое ускорение шатуна BC .

Дано: значения φ_1 , l_{AB} , l_{BC} , l_{BD} , угловая скорость кривошипа AB w_1 постоянны.

Решение.

1) Проводя структурный анализ определяем класс механизма. Число звеньев $m=4$, число подвижных звеньев $n=3$, число кинематических пар V-класса $p_5 = 4$. Отсюда степень подвижности механизма:

$$W = 3n - 2p_5 = 3 \times 3 - 2 \times 4 = 1.$$

Механизм строится путем объединения групп 2-го класса 2-го типа, состоящих из 2-го и 3-го звеньев, в AB -ведущую и 4-опорную.

2) Составляется план положений механизма (3.17-рис., b). Длина шатуна обозначим (AB) . Для схемы механизма определяется масштаб:

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{AB}.$$

Находим длину отрезка BC

$$(BC) = \frac{l_{BC}}{\mu_l}.$$

По определённым размерам и заданному углу φ_1 составляется план положений механизма (3.17-рис., b).

3) составляется план скоростей для 2 и 3 групп. План скоростей составляется по двум уравнениям:

$$\overline{v_C} = \overline{v_B} + \overline{v_{CB}}, (1); \quad \overline{v_C} = \overline{v_D} + \overline{v_{CD}}, (3.5);$$

где $\overline{v_B}$ -скорость точки B , перпендикулярна прямой AB и направлена в сторону угловой скорости звена, модуль вектора скорости равна:

$$\overline{v_B} = w_1 l_{AB};$$

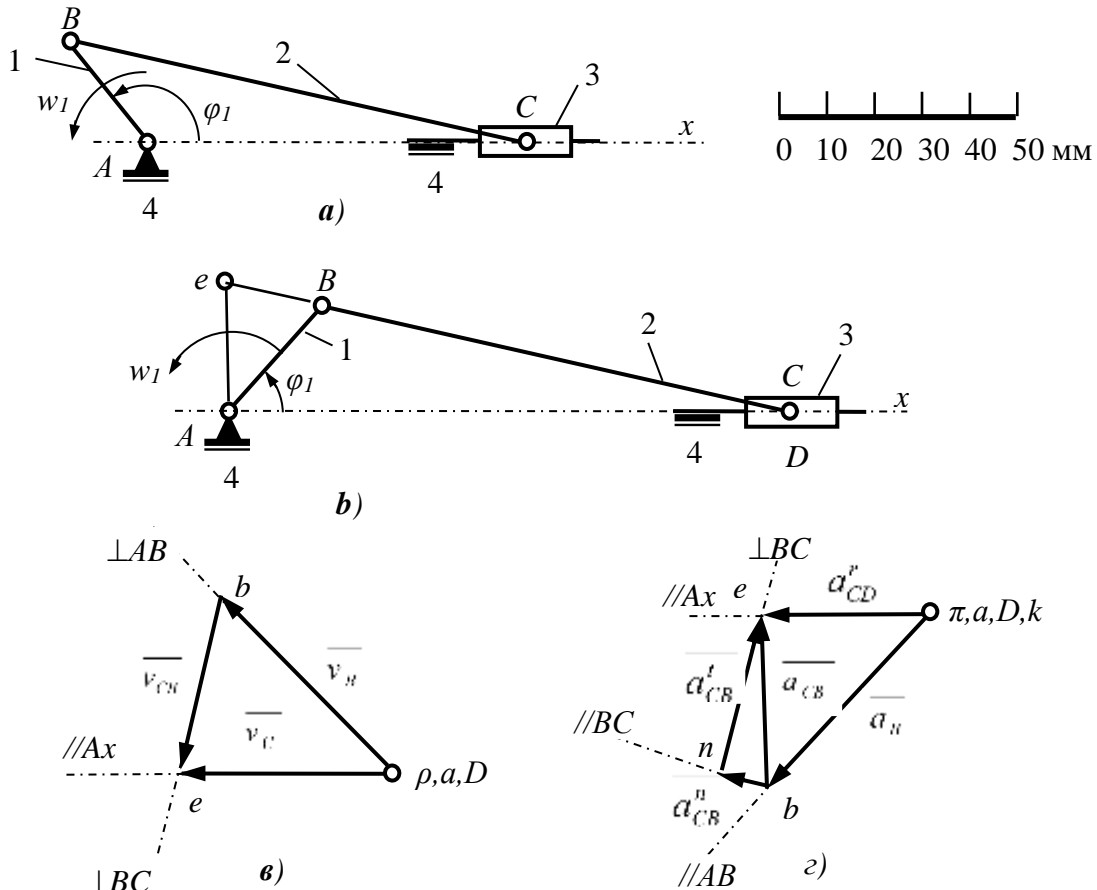
$\overline{v_{CB}}$ - скорость точки C относительно точки B при вращении звена BC вокруг неё, которая направлена перпендикулярно прямой BC , модуль вектора равен

$$\overline{v_{CB}} = w_2 l_{BC};$$

w_2 -угловая скорость звена BC ;

$\overline{v_D}$ -скорость точки D в опоре 4, совпадающая с точкой C , она равна нулю, так как 4-звено неподвижна;

$\overline{v_{CD}}$ - относительная скорость точки C относительно точки D , направлена вдоль оси Ax



3.17-рис. Схема кинематического анализа кривошипно-ползунного механизма компрессора:

а) схема, б) план положений, в) план скоростей, г) план ускорений

Построим решение векторного уравнения (1). Выбираем произвольный полюс ρ . Выделим отрезок (ρb) , представляющее вектор скорости $\overline{v_B}$. Выбираем масштаб скорости:

$$\mu_v = \frac{v_B}{\rho b} = \frac{w_1 l_{AB}}{(\rho b)} \text{ м с}^{-1}/\text{мм}.$$

(ρb) отрезок принято равным длине (AB) , т. е. план составляется в масштабе кривошипа. Абсолютная скорость точки B это отрезок (ρb) от полюса, перпендикулярная прямой AB . Конец вектора обозначается стрелкой

и буквой b (3.17-рис., c). Из точки b перпендикулярно отрезку BC проводится направление скорости.

Составим решение векторного уравнения (2). Необходимо вычесть скорость $\overline{v_D}$ из точки ρ , но эта скорость равна нулю. Следовательно, точка D совпадает с точкой ρ . При пересечении перпендикуляра, проведённом на BC , будет параллельна оси Ax , из точки D (или точки ρ) проводится направление скорости $\overline{v_{CD}}$. Формируем точку e с концом для вектора скорости точки C . Отрезок (ρe) представляет собой абсолютную скорость точки C $\overline{v_C}$, а (be) – относительную скорость $\overline{v_{CB}}$.

Эти скорости определяются по формулам:

$$v_C = (\rho c) \mu_v, \text{ м/с}; \quad w_2 = \frac{BC}{l_{BC}} = \frac{(bc)\mu_l}{(BC)\mu_l} = \frac{(bc)w_1}{(BC)}, \text{ с}^{-1}.$$

4) Составим для 2 и 3 групп планы ускорений. План ускорений составляется по двум уравнениям:

$$\overline{a_C} = \overline{a_B} + \overline{a_{BC}} = \overline{a_B} + \overline{a_{CB}^n} + \overline{a_{CB}^t}; \quad (3.6)$$

$$\overline{a_C} = \overline{a_D} + \overline{a_{CD}^k} + \overline{a_{CD}^r}; \quad (3.7)$$

где $\overline{a_B}$ нормальное (полное) ускорение точки B , это отрезок проведённая из точки A в точку B параллельно прямой AB , модуль вектора:

$$a_B = w_I^2 l_{AB}; \quad (3.8)$$

$\overline{a_{CB}^n}$ нормальное ускорение точки C при вращательном движении звена BC относительно точки B , направленном параллельно прямой BC из точки C в точку B , модуль вектора:

$$a_{CB}^n = \frac{v_{CB}^2}{l_{BC}}; \quad (3.9)$$

$\overline{a_{CB}^t}$ касательное ускорение точки C при движении звена BC и направлена перпендикулярно прямой BC , модуль вектора:

$$a_{CB}^t = \varepsilon_2 l_{BC}; \quad (3.10)$$

ε_2 -угловое ускорение звена BC ;

$\overline{a_D}$ - ускорение точки D (точка 4-звена), равна нулю, потому что 4-звено неподвижна;

$\overline{a_{CD}^k}$ - ускорение Кориолиса точки C , которая движется относительно точки D , ускорение равно нулю, так как 4 -звено неподвижна;

$\overline{a_{CD}^r}$ - относительное (релятивное) ускорение точки C , которая движется относительно точки D , направлена по оси Ax .

План ускорений составляется в следующем порядке.

Построим решение векторного уравнения (3.6). От выбранного полюса ускорений π откладываем отрезок (πb) направленный вдоль линии AB , изображающий вектор $\overline{a_B}$. Длина (nb) принимается равной AB . Масштаб для плана ускорений:

$$\mu_a = \frac{a_B}{\pi b} = \frac{w_1^2(AB)\mu_l}{(\pi b)} = w_1^2\mu_l. \quad (3.11)$$

Из точки b откладываем отрезок (bn) , которая описывает ускорение $\overline{a_{CB}^n}$. (bn) длина отрезка определяется:

$$bn = \frac{a_{CB}^n}{\mu_a} = \frac{v_{CB}^2}{l_{BC}\mu_a} = \frac{(bc)^2\mu_v^2}{(BC)\mu_l\mu_a}. \quad (3.12)$$

Перпендикулярно прямой BC через точку n проходит направление ускорения $\overline{a_{CB}^t}$.

Построим решение векторного уравнения (3.7). Мы проводим вектор ускорения от полюса π (рис.3.17, г). Он равен нулю и совпадает с точкой D . Конец вектора ускорения $\overline{a_{CD}^k}$ также совпадает с этой точкой, то есть с точкой k . Это ускорение также равно нулю. Параллельно оси Ax проводится вектор ускорения $\overline{a_{CD}^r}$ от точки k или точки π . Перпендикуляр, проведённый к BC , пересекает этот вектор в точке e , которая является конечной точкой вектора ускорения для точки C . Соединяя точки e и b , мы формируем полный вектор ускорения точки C относительно точки B на линии BC . Ускорение точки C равно:

$$a_S = (\pi s) \mu_a. \quad (3.13)$$

Угловое ускорение звена DC :

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^t}{l_{BC}}. \quad (3.14)$$

3.4. Кинематика передаточных механизмов.

Основные кинематические характеристики

Механической передачей называют механизмы, передающие механическую энергию на расстояние путем изменения скорости, крутящего момента и направления движения. Из механических передач наиболее распространены передачи с вращающимися колёсами. Рассмотрим их как механические передачи.

Механической передачей называется механизм, который изменяет свое вращательное движение.

Механические передачи характеризуются следующими свойствами:

1. Передача движения за счет трения: фрикционная и ременная передачи.
2. Передача движения за счет сцепления: зубчатые, цепные, перфорированные ленточные передачи.
3. По взаимному расположению валов: оси колес параллельны, пересекающиеся и скрещивающиеся.
4. По количеству ступеней: одноступенчатые, многоступенчатые.
5. По конструктивному исполнению: открытый (без крышки), закрытый (с крышкой).

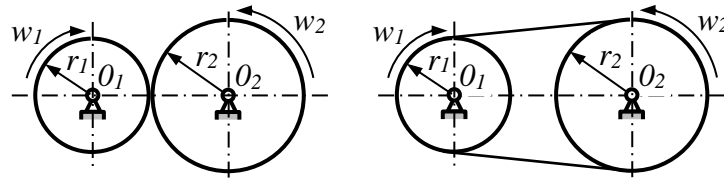
Основной кинематической характеристикой всех передач является передаточное число (отношение). Передаточное число(отношение) u_{1-2} – выражается как:

$$u_{1-2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{n_1}{n_2} ; \quad (3.15)$$

где w_1, n_1 -угловая скорость ведущего звена (колеса) и частота вращения;
 w_2, n_2 -угловая скорость ведомого звена (колеса) и частота вращения.

Ведущее звено (колесо) – вал, принимающий энергию (движение), вал, колесо.

Ведомое звено (колесо) – вал, передающий энергию (движение), вал, колесо.



3.18- рис. Кинематическая схема механических передач

Передаточное число i – это отношение числа оборотов вала высокой частоты вращения к числу оборотов вала низкой частоты вращения.:

$$i = \frac{w_1}{w_2} = \frac{n_1}{n_2} . \quad (3.16)$$

Передаточное число является частным случаем передаточного отношения.

Передачи бывают двух типов с точки зрения передаточного числа:

1. Редукторы- $u_{1-2} > 1$, $w_1 > w_2$, по отношению к ведущему колесу скорость вращения ведомого колеса уменьшается, передачи замедления: $i = u_{1-2}$.

2. Мультипликаторы- $u_{1-2} < 1$, $w_1 < w_2$, скорость вращения ведущего колеса по отношению к ведомому колесу увеличивается, ускоряющие передачи: $i = 1 / u_{1-2}$.

Мощность, передаваемая передачей:

$$N = P v \text{ (кВт)}; \quad (3.17)$$

где P -сила вращения, кН;

v -линейная скорость, м/с.

Крутящий момент:

$$M = 97400 \frac{N}{n}; \quad (3.18)$$

где N -передаваемая мощность, кВт;

n -частота вращения, об/мин.

Если мощности N_1 – на входном (ведущий) валу, а N_2 – на выходном(ведомый) валу, то потеря мощности N_r в передаче будет:

$$N_r = N_1 - N_2. \quad (3.19)$$

Коэффициент полезного действия передачи:

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} = \frac{N_1 - N_r}{N_1} = 1 - \frac{N_r}{N_1} . \quad (3.20)$$

Отсюда: $N_2 = N_1 \eta$.

Если учтём $N_1 = M_1 w_1$ и $N_2 = M_2 w_2$, тогда:

$$M_2 w_2 = M_1 w_1 \eta \quad \text{или} \quad \frac{w_1}{w_2} = \frac{M_2}{M_1 \eta}. \quad (3.21)$$

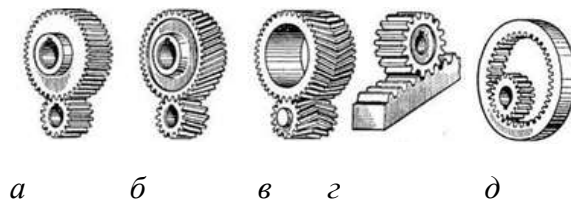
Если не учитывать КПД, то:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{M_2}{M_1}. \quad (3.22)$$

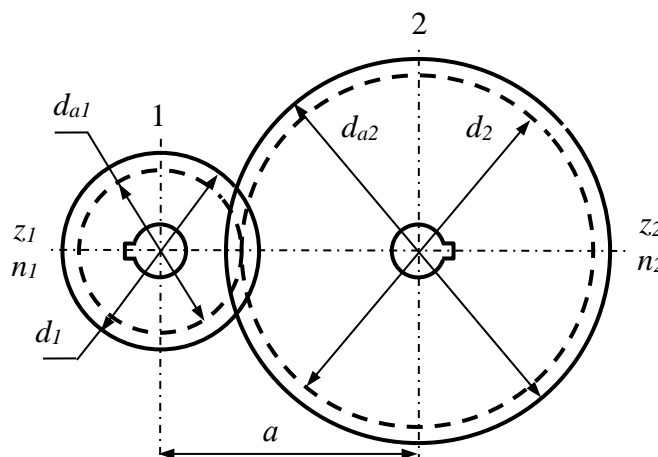
Отношение угловых скоростей обратно пропорционально отношению крутящих моментов, это называется Золотым правилом механики.

Кинематика цилиндрической зубчатой передачи

Зубчатая передача-это передача, которая передает вращательное движение с помощью зубчатой передачи или преобразует вращательное движение в поступательное движение. Цилиндрические зубчатые передачи бывают с наружными, внутренними и реечными зацеплениями.



3.19-рис. Цилиндрические зубчатые передачи:
а, б, в – наружное зацепление; г – реечное; д-внутреннее зацепление;
б– косозубые; в-шевронная



3.20 -рис. Схема цилиндрической зубчатой передачи:
1-шестерня; 2-зубчатое колесо

Цилиндрические зубчатые передачи характеризуются:

1) по расположению зубьев на колесе: прямозубые, косозубые, шевронные.

2) по профилю (форме) зубов: эвольвентный, циклоидный, круговой.

Зубчатая передача состоит из двух зубчатых колес. Из колес меньшая называется шестерней (индекс 1), большая – колесом (индекс 2).

В зубчатых передачах чаще всего используются эвольвентные профильные зубья.

Эвольвентное сцепление на парных зубчатых колесах характеризуется следующими параметрами (рис. 3.20).

Модуль сцепления $t = p_t / \pi$, модуль окружности зубьев (является основным размером зубьев). Размеры модулей стандартизированы от 0,05 мм до 100 мм.

Шаг кругового зацепления - r_t , расстояние между одноименными профилями на соседних зубьях по дуге начального круга.

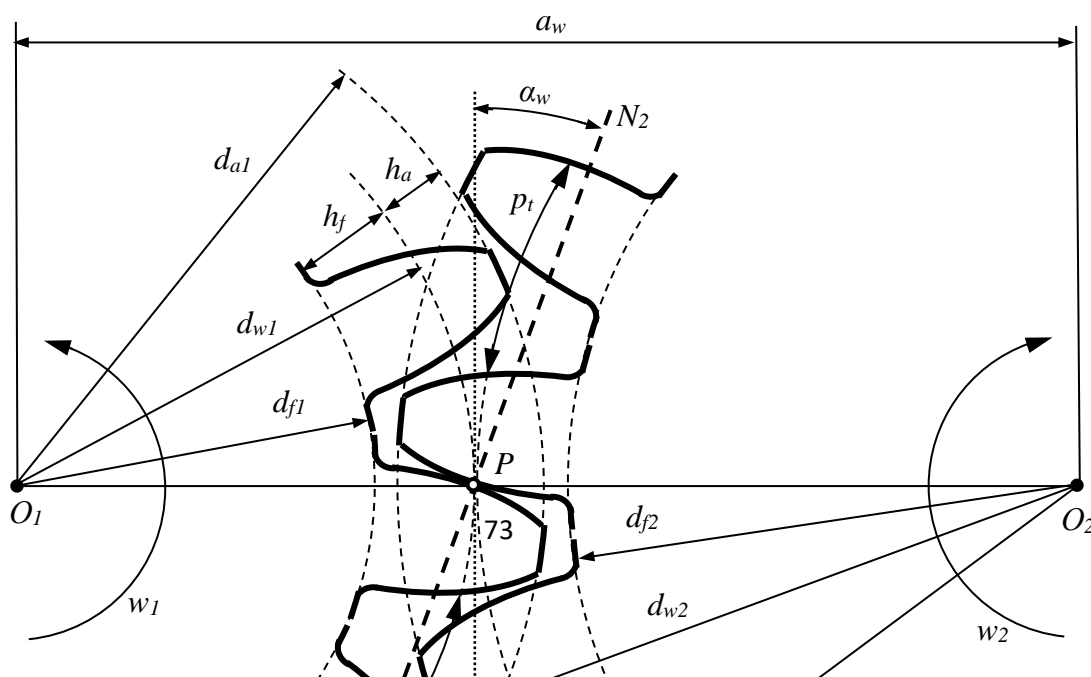
Начальные круги – это $d_w = m z$, гипотетические круги, в которых один круг катится по второму кругу без скольжения.

Полус сцепления - R , точка касания начальных окружностей.

Делительный диаметр $-d = p_t z / \pi = m z$, диаметр окружности, вокруг которой вращается режущий инструмент в процессе резки. В передачах без смещения ($x=0$) начальный и делительный диаметр совпадают: $d_w = d = m z$.

Диаметр вершин зубьев – $d_a = d_w + 2 h_a = d_w + 2m$.

Диаметр впадин зубьев $-d_f = d_w + 2 h_f = d_w + 2,5 m$.



3.21-рис. Схема эвольвентного зубчатого зацепления

Высота головки зуба – $h_a = t = (d_a - d_w)/2$, высота зубьев между делительной окружности и окружностями вершин зубьев.

Высота основания зуба – $h_f = 1,25 t = (d_w - d_f)/2$, высота зубьев между делительной окружности и окружностью дна зубьев.

Высота зуба – $h = h_a + h_f$.

Межосевое расстояние – $a_w = (d_{w1} + d_{w2})/2$, сумма радиусов начальных окружностей шестерни и колеса.

Количество зубьев: z_1 – шестерня, z_2 – колесо. Количество зубьев рекомендуется брать больше $z_{min} = 18$. В редукторах рекомендуется количество зубьев для первой ступени от $z_1 = 22 \dots 36$.

Общее количество зубьев – $z_c = z_1 + z_2$.

Межосевое расстояние – $a_w = 0,5 z_c m$.

Передаточное отношение – $u = w_1 / w_2 = n_1 / n_2$;

w_1 и w_2 – угловая скорость шестерни и колеса, рад/с;

n_1 и n_2 – число оборотов шестерни и колеса, об/мин.

В редукторах передаточное число равно передаточному числу: $i = u$.

Передаточное число – $u = z_1 / z_2$.

Передаточное число u является частным случаем передаточного отношения, которое отличается от i тем, что величина i всегда больше единицы, положительна и применяется только к паре зубчатых колес.

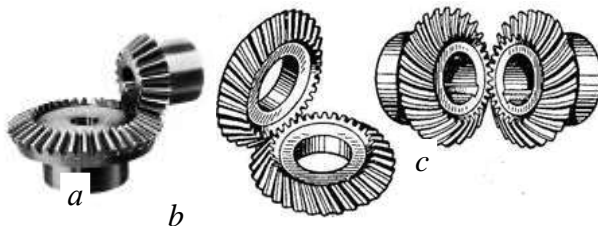
Линия зацепления – $N_1 N_2$, линия смещения точки касания зубьев, проходит через полюс зацепления.

Угол зацепления – $\alpha_w=20^\circ$, угол между касательной линии начальных окружностей на полюсе зацепления и линией зацепления.

Кинематика конической зубчатой передачи

В конических зубчатых передачах оси валов расположены под углом Σ при их пересечении. Передачи с $\Sigma=90^\circ$ являются наиболее распространенными.

Зубья конических колес бывают прямыми, косыми и круговыми.



3.22-рис. Конические зубчатые передачи:
а – прямозубая; б – косозубая; в-круговая

В конических колесах геометрические размеры делятся на внешние (e -индекс), внутренние и средние (t -индекс) по поперечным сечениям боковых поверхностей (торцевые).

Основными характеристиками конических передач являются делительные конусные углы: δ_1 -для ведущего колеса, δ_2 -для ведомого колеса. Угол между осями $\Sigma = \delta_1 + \delta_2$.

Передаточное отношение:

$$i = \frac{w_1}{w_2} = \frac{d_{e2}}{d_{e1}} = \frac{1}{\tan \delta_2};$$

где d_{e1} , d_{e2} – внешние делительные диаметры колес.

Передаточное число:

$$u = z_2 / z_1;$$

где z_1 , z_2 -количество зубьев на ведущем и ведомом колесах.

Внешние делительные диаметры:

$$d_{e1}=m_e z_1; \quad d_{e2}=m_e z_2;$$

где m_e -модуль внешней окружности.

Высота головки зуба:

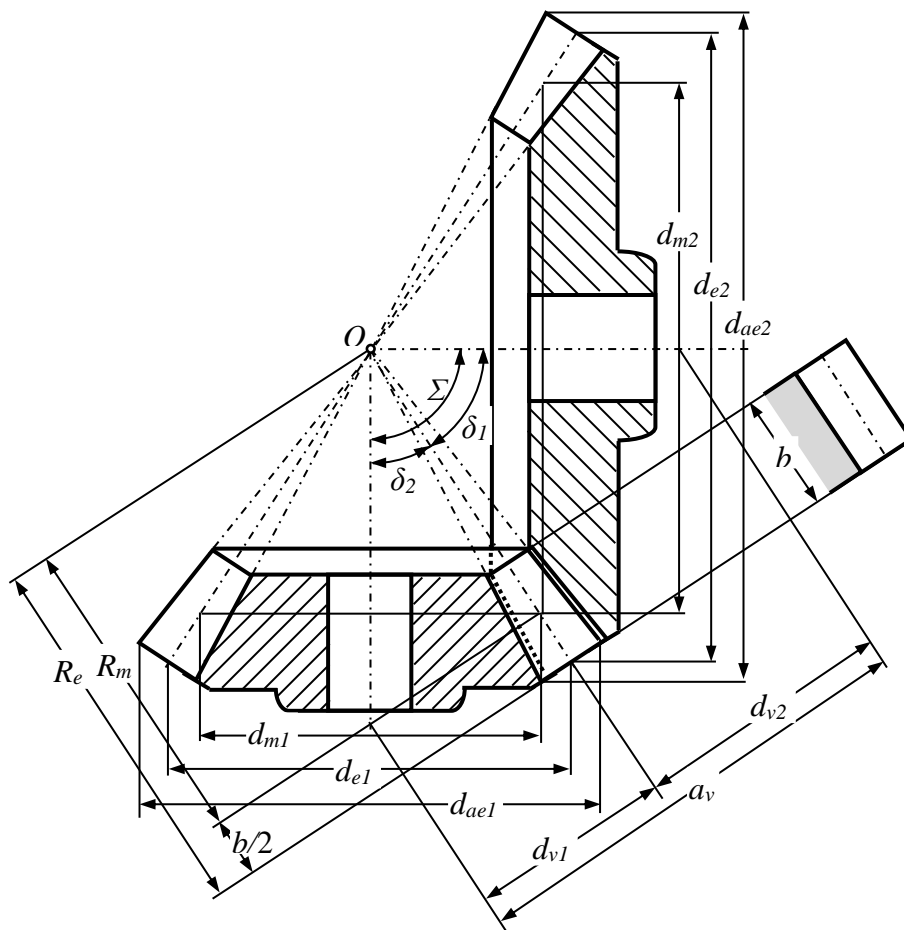
$$h_{ae} = m_e.$$

Высота основания зуба:

$$h_{fe} = 1,2 m_e.$$

Внешние диаметры головки зубьев:

$$d_{ae1} = d_e + 2m_e \cos \delta_1; \quad d_{ae2} = d_e + 2m_e \cos \delta_2.$$



3.23 -рис. Схема зацепления конических колес

Внешнее конусное расстояние:

$$R_e = \frac{1}{2} \sqrt{d_{e1}^2 + d_{e2}^2} = \frac{d_{e1}}{2} \sqrt{u^2 + 1} \quad \text{или} \quad R_e = \frac{d_{e1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{m_e z_1}{2 \sin \delta_1}.$$

Среднее конусное расстояние:

$$R_m = R_e - 0,5 b;$$

где b - ширина зуба, $b \leq 0,3 R_e$.

Средний делительный диаметр:

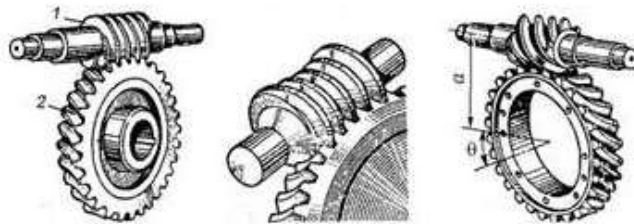
$$d_{m1} = m_m z_1 ; d_{m2} = m_m z_2 ;$$

где m_e -модуль средней окружности.

Кинематика червячной передачи

Червячные передачи - передача вращательного движения через скрещающиеся валы, расположенные в зубчатых передачах механизмов. По сути, угол скрещивания будет $\theta=90^\circ$.

Червячная передача представляет собой зубчато-винтовую передачу с передачей движения на основе винтовой пары.



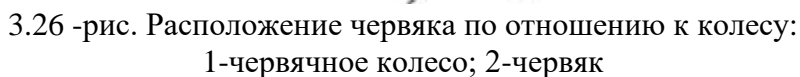
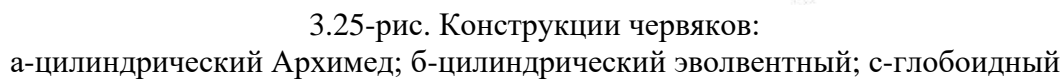
3.24-рис. Червячные передачи:
1-червяк; 2-червячное колесо

Червяк - является ведущим звеном (индекс 1), действует как винт.

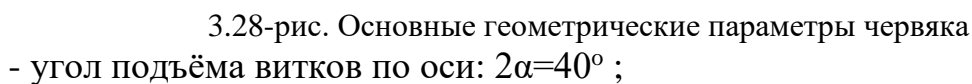
Червячное колесо - ведущее звено (индекс 2).

Червячные передачи классифицируются по следующим признакам:

- по форме наружных поверхностей у червяка (цилиндрического или глобоидного червяка);
- по направлению линии витков на червяке (правосторонняя и левосторонняя);
- по количеству заходов червяка (1, 2, 4 заходные);
- по расположению червяка относительно колеса (внизу, сбоку, сверху);
- по форме поверхности винта в цилиндрической червячной резьбе (Архимедовы, конволютный, эвольвентные червяки).
- по выполняемой задаче (передачи мощности и крутящего момента, кинематические передачи)



Основные геометрические параметры червяка:



- расчетный шаг червяка: $r = \pi t$;

- вычисленный модуль: $t = r / \pi$;

- ХОД ВИТКА: $s = \pi z_l$; z_l -КОЛИЧЕСТВО ВИТКОВ В ЧЕРВЯКЕ;

Высота головок червяка и зубчатого колеса: $h_{a1} = h_{a2} = m$;

Высота ножек витков червяка и зубьев колеса: $h_{f1} = h_{f2} = 1,2 \text{ m}$;

Делительный диаметр червяка: $d_1 = k m$; k - коэффициент диаметра червяка.

Угол подъема витков червяка:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{p_z}{\pi d_1} = \frac{p z_1}{\pi q m} = \frac{z_1}{q};$$

Диаметр выступов витков: $d_{a1} = d_1 + 2h_{a1} = m(h+2)$;

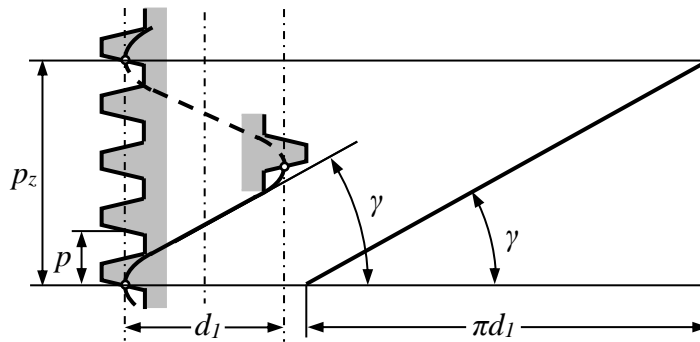
Диаметр днища витков: $d_{f1} = d_1 + 2h_{f1} = m(h+2,4)$;

Длина нарезной части червяка:

$$b_1 = m(11 + 0,06 z_2) \text{ когда } z_1 = 1, 2;$$

$$b_1 = m(12,5 + 0,09 z_2), \text{ когда } z_1 = 4;$$

z_2 -количество зубьев на червячном колесе;



3.29-рис. Схема угла подъема витков

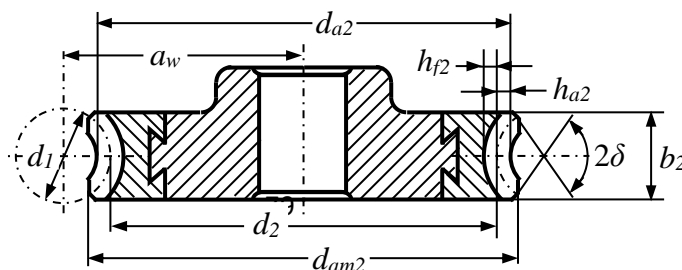
Основные геометрические размеры венца червячного колеса:

- делительный диаметр: $d_2 = m z_2$;
- диаметр по вершинам зубьев: $d_{a2} = d_2 + 2h_{a2} = m(z_2 + 2)$;
- диаметр по днище зуба: $d_{f2} = d_2 - 2h_{f2} = m(z_2 - 2,4)$;
- межосевое расстояние: $a_w = (d_1 + d_2) / 2 = m(q + z_2) / 2$;
- наибольший диаметр червячного колеса: $d_{am2} \leq d_{a2} + 6m / (z_1 + 2)$;
- ширина венца червячного колеса:

$$b_2 \leq 0,75 d_{a1} \text{ когда } z_1 = 1, 2;$$

$$b_2 \leq 0,67 d_{a1} \text{ когда } z_1 = 4;$$

- угол обхвата червяка по дуге 2δ : $\sin \delta = b_2 / (d_{a1} - 0,5m)$.



3.30-рис. Основные геометрические параметры венца червячного колеса

Кинематика червячной передачи.

Линейная (условная) скорость по оси червяка:

$$v_1 = \frac{pz_1 n_1}{60} = \frac{\pi m z_1 n_1}{60};$$

где $p z_1$ -ход червяка при одном обороте;

n_1 -число оборотов червяка.

Окружная скорость червячного колеса:

$$v_2 = \frac{pz_2 n_2}{60} = \frac{\pi m z_2 n_2}{60}.$$

Передаточное число: $u = n_1 / n_2 = z_2 / z_1$.

Скорость скольжения: $v_s = v_1 / \cos \gamma$. Виток червяка скользит по зубу колеса, скорость скольжения направлена касательно винтовой линии.

4.Динамика материальной точки, механической системы и твердого тела

Динамика изучает механическое движение тел в зависимости от их массы и сил, вызывающих это движение.

Основоположниками динамики являются великие ученые Галилео Галилей и Исаак Ньютон. Они первыми ввели в механику понятия скорости, ускорения свободного падения и законы.

4.1.Основные понятия

1. Масса тела.

Физическая величина, количественно выражающая инертность тела, называется массой тела. Свойство тела быстро или медленно изменять свою скорость под воздействием приложенных сил называется инертностью тела.

2. Материальная точка.

Тело, размеры которого не имеют значения при изучении движения, но обладающее массой, называется материальной точкой.

3. Сила.

Мера количественного воздействия тел друг на друга называется силой.

Сила - векторная величина, и ее воздействие на тело определяется:

точкой приложения силы;

направлением силы;

величиной силы.

В Международной системе единиц (СИ) единицей измерения силы является Ньютон (Н).

В динамике изучение движения тела обычно начинается с изучения движения его отдельной точки. Динамика делится на две части:

1. Динамика материальной точки.

2. Динамика механической системы и твердого тела.

Классическая механика. Законы Галилея-Ньютона.

1. **Закон инерции.** Материальная точка, изолированная от внешней среды, стремится сохранять состояние покоя или прямолинейное и равномерное движение, пока на нее не подействует сила извне.

Следует отметить, что материальная точка (тело), находящаяся под воздействием одной силы, перемещается на разные расстояния за одинаковое время и имеет разную скорость. Следовательно, материальные точки под воздействием одной силы изменяют свою скорость быстро или медленно. Это свойство называется инертностью материальной точки. Мерой инертности материальной точки является физическая величина, называемая массой (m).

Прямолинейное и равномерное движение состоит в движении материальной точки по инерции. Закон, описывающий это явление, называется первым законом динамики.

Система отсчета, удовлетворяющая первому закону динамики, называется инерциальной системой. Система отсчета, в которой не выполняется закон инерции, называется неинерциальной системой.

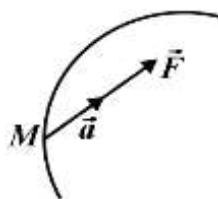
Экспериментально установлено, что система отсчета, центр которой совпадает с Солнцем, а оси направлены в сторону выбранных звезд, является инерциальной. Часто при решении технических задач система, жестко

связанная с Землей, рассматривается как инерциальная система отсчета. В этом случае не учитывается вращательное движение Земли вокруг своей оси, а также ее движение относительно Солнца и звезд.

2. Основной закон динамики. Ускорение, полученное материальной точкой под действием движущей силы, направлено в направлении этой силы, а его величина пропорциональна величине этой силы (рис.4.1). Математическое выражение этого закона записывается следующим образом:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (4.1)$$

где: F - движущая сила, m - масса точки, a - ускорение точки.



4.1.-рис.

Формула (4.1) векторного уравнения называется основным уравнением динамики материальной точки. Из формулы (4.1) видно, что ускорение, которое материальная точка получает под воздействием определенной силы, зависит не только от величины силы, но и от массы точки.

Если материальная точка свободно падает на землю только под воздействием своей силы тяжести G , то $F=P$, $a=g$, и выражение (4.1) принимает вид:

$$G=mg \quad (4.2)$$

Следовательно, сила тяжести материальной точки и ее масса связаны между собой равенством (4.2).

Если сила тяжести материальной точки известна, то ее массу можно найти по формуле (4.3):

$$m = \frac{G}{g} \quad (4.3)$$

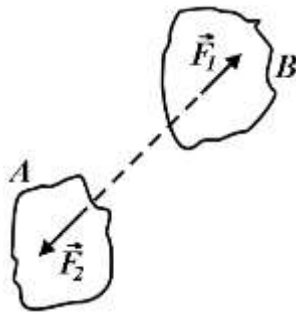
В Международной системе единиц (СИ) в качестве единицы массы принят килограмм (1 кг), в качестве единицы времени - секунда (1 с), в качестве единицы длины - метр (1 м).

Следовательно, единица силы будет следующей:

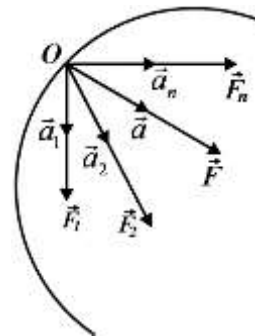
$$[F] = [m] \cdot [a] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н (Ньютон)}.$$

Таким образом, сила, способная придать материальной точке массой 1 кг ускорение 1 м/с^2 , называется Ньютоном.

3. Закон действия и противодействия. Каждое действие вызывает равное и противоположно направленное противодействие. Другими словами, воздействия двух тел друг на друга равны и противоположно направлены (рис. 4.2). Если воздействие тела A на тело B равно \vec{F}_1 , то, согласно третьему закону, воздействие тела B на тело A равно $-\vec{F}_1$. Из этого закона не следует вывод о равновесии тел, поскольку силы приложены к разным телам. Данный закон характеризует взаимодействие двух тел.



4.2- рис



Две основные задачи динамики материальной точки

Задачи динамики можно разделить на два основных типа. Для свободной материальной точки эти задачи выглядят следующим образом:

В первой основной задаче динамики задана масса материальной точки и закон ее движения, и требуется найти движущую силу.

Вторая основная задача динамики состоит в том, чтобы, зная массу материальной точки и силу, действующую на нее, найти кинематические элементы, возникающие под действием этой силы.

В технике часто приходится решать множество задач, связанных с исследованием движения несвободной (связанной) материальной точки. В таких случаях наложенная на точку связь заставляет ее двигаться по неподвижной поверхности или линии.

При решении задач, связанных с движением несвободной материальной точки, эта точка освобождается от связи, а наложенная связь заменяется силой реакции.

В результате основное уравнение динамики материальной точки записывается следующим образом:

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{N} \quad (4.4)$$

где: N - сила реакции связи.

Следовательно, в первой основной задаче динамики несвободной материальной точки, когда известны масса материальной точки, закон ее движения и сила, действующая на эту точку, определяется сила реакции; во второй задаче, когда известны масса материальной точки и сила, действующая на нее, необходимо определить закон движения материальной точки и силу реакции.

4.2.Механическая система. Внутренние и внешние силы

Механической системой называется система материальных точек, движения которых взаимосвязаны. Механическая система может быть свободной или связанной.

Механическая система, в которой движение точек не ограничено никакими причинами, то есть связи между точками состоят только из сил взаимодействия, называется свободной системой.

Механическая система, в которой движение точек ограничено какой-либо причиной, то есть на точки системы наложены связи, называется связанной системой.

В качестве примера свободной механической системы можно привести Солнечную систему, поскольку Солнце и планеты взаимодействуют друг с другом посредством силы всемирного тяготения.

В качестве примера связанной механической системы можно привести механизмы любой машины. Потому что части механизмов машин связаны друг с другом шарнирами, стержнями, ремнями или зубчатыми колесами.

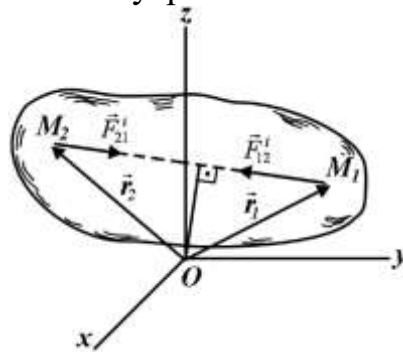
Если расстояние между любыми двумя точками системы остается неизменным, она называется неизменной системой. Примером такой системы может служить твердое тело.

Силы, действующие на механическую систему, условно делятся на внутренние и внешние. Внутренними силами называются силы взаимодействия между точками, составляющими механическую систему.

Силы, приложенные телами (точками), не входящими в состав механической системы, называются внешними силами.

Внутренние силы обозначаются как \vec{F}_{ij} , внешние силы как \vec{F}_i , также главный вектор внутренних сил как \vec{R}^i , главный вектор внешних сил как \vec{F}^e . Сила, считающаяся внешней для одной системы, может быть внутренней силой по отношению к другой системе. Например, при исследовании движения всей Солнечной системы сила взаимного притяжения планет считается внутренней силой. При исследовании движения Земли вокруг Солнца по своей орбите сила притяжения будет внешней силой.

Рассмотрим свойства внутренних сил.



4.3-рис.

1. Главный вектор внутренних сил системы равен нулю. Действительно, согласно 3-му закону Ньютона, силы взаимодействия между любыми двумя точками и системы равны по величине и направлены в противоположные стороны вдоль одной прямой (рис. 4.3).

Следовательно, $\vec{R}^i = 0$. Этот вывод можно применить ко всем точкам системы. Таким образом,

$$\vec{R}^i = \sum \vec{F}_{ij}^i = 0 \quad (4.5)$$

Проецируя (4.5) на оси декартовой системы координат, получим:

$$R_x^i = \sum F_{vx}^i = 0, \quad R_y^i = \sum F_{vy}^i = 0, \quad R_z^i = \sum F_{vz}^i = 0 \quad (4.6)$$

2. Главный момент внутренних сил относительно некоторого центра равен нулю.

$$\vec{M}_0^i = \sum \vec{m}_0(\vec{F}_v^i) = 0 \quad (4.7)$$

Справедливость этого свойства также доказывается с использованием третьего закона Ньютона.

Проецируя (4.7) на оси декартовой системы координат, получим:

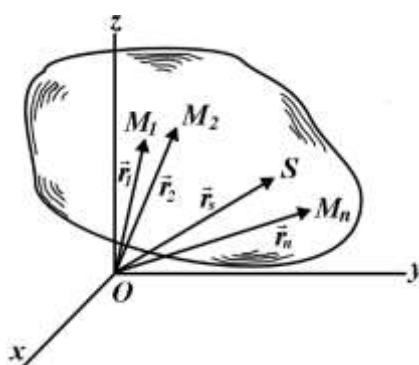
$$M_x^i = \sum m_x(\vec{F}_v^i) = 0, \quad M_y^i = \sum m_y(\vec{F}_v^i) = 0, \quad M_z^i = \sum m_z(\vec{F}_v^i) = 0 \quad (4.8)$$

Из этих свойств внутренних сил не следует вывод о том, что внутренние силы взаимно уравниваются, поскольку эти силы приложены к разным точкам системы. Поэтому внутренние силы влияют на взаимное перемещение точек системы. При изучении абсолютно твердого тела внутренние силы образуют систему уравнивающих сил.

Масса и центр масс механической системы

Движение механической системы зависит не только от действующих сил, но и от распределения массы. Учение о таких величинах называется геометрией масс.

Механическая система состоит из материальных точек с массами соответственно (рис. 4.4).



4.4-рис

Сумма масс точек системы называется массой системы и записывается следующим образом:

$$M = \sum m_v \quad (4.9)$$

Радиус-вектор

$$\vec{r}_S = \frac{\sum m_v \vec{r}_v}{\sum m_v} \quad (4.10)$$

Геометрическая точка S , определяемая по формуле, называется центром инерции (масс) системы.

Проецируя (4.10) на оси декартовой системы координат, получим:

$$x_S = \frac{\sum m_v x_v}{\sum m_v}, \quad y_S = \frac{\sum m_v y_v}{\sum m_v}, \quad z_S = \frac{\sum m_v z_v}{\sum m_v} \quad (4.11)$$

Как известно, радиус-вектор центра тяжести определялся следующим образом:

$$\vec{r}_S = \frac{\sum G_v \vec{r}_v}{\sum G_v} \quad (4.12)$$

Хотя внешний вид формулы (4.10) похож на (4.12), они различаются по смыслу. Центр тяжести - это точка приложения равнодействующей сил тяжести, действующих на тело. Понятие центра тяжести относится только к твердому телу. Понятие центра инерции относится к любой системе материальных точек и представляет собой характеристику распределения массы в системе. Кроме того, это понятие не зависит от того, какие силы действуют на систему.

Из (4.10), (4.11) соответственно следует:

$$M \vec{r}_S = \sum m_v \vec{r}_v \quad (4.13)$$

$$\text{и } M x_S = \sum m_v x_v, \quad M y_S = \sum m_v y_v, \quad M z_S = \sum m_v z_v \quad (4.14)$$

(4.13) называется статическим моментом системы относительно полюса, а (4.14) - статическим моментом системы относительно плоскостей Oyz , Oxz , Oxy .

Если принять центр инерции системы за полюс, то статический момент системы относительно этого центра будет равен нулю:

$$\sum m_v \rho_v = M \rho_S = 0$$

где ρ_v - радиус-вектор точки относительно центра инерции, а ρ_S - радиус-вектор центра инерции.

Статический момент системы относительно любой плоскости, проходящей через центр инерции системы, также равен нулю.

5. Динамика механизмов

5.1 Введение в динамический анализ механизмов. Силы действующие на звенья механизма

При кинематическом анализе изучается движение механизмов с учетом их строения и геометрии соединений, при этом силы, действующие на звенья механизма, не изучаются.

Однако в динамическом анализе решаются две задачи:

Первая задача-силовой анализ механизмов. Его цель:

1) Определение неизвестных внешних сил, действующих на звенья механизма; 2) Определение сил реакций, образующихся в кинематических парах при движении механизма; 3) уравнивание масс в механизме.

Вторая задача-динамика механизмов. Его цель:

1) определение мощности, необходимой для выполнения заданного движения механизма или машины; 2) изучение законов распределения этой мощности для выполнения требуемых работ; 3) определение движения механизма и машины под действием заданных сил и К.П.Д.

Классификация сил, действующих на агрегаты машины

Определение силовой нагрузки на шарнирно-кинематические пары необходимые для обеспечения требуемой прочности, устойчивости и долговечности механизмов машины.

Силы, создаваемые машиной при работе агрегата, можно разделить на следующие группы:

1. **Движущая сила R_x** -эти силы ускоряют движение механизма, выполняют полезную работу.

2. **Силы сопротивления R_k** -эти силы замедляют движение механизма, выполняют отрицательную (вредную) работу.

3. **Производственные силы сопротивления или полезные силы сопротивление R_f** –требуемые силы сопротивления для выполнения технологического процесса.

4. Непроизводственные силы сопротивления или вредные силы сопротивления R_z – силы сопротивления, которые выходят за рамки полезных сопротивлений.

Например, в двигателе внутреннего сгорания давление расширения газа на поршень – будет движущая сила R_x . Сопротивление движущейся машины, сопротивление воздуха, трение в подшипниках и в цилиндрах – силы сопротивления R_k . Сопротивление воздуха, трение – производственные вредные силы сопротивления R_z . Сопротивление самой машины – производственные полезные силы сопротивления R_f .

Для выполнения технологической машине необходимо преодолеть полезные сопротивления. Следовательно, создаются машины для преодоления полезных сопротивлений.

В зависимости от выполняемой функции движущие и силы сопротивления можно условно разделить. Например, при подъеме груза сила тяжести будет силой сопротивления, а при опускании – движущей силой. В зависимости от задачи механизма силы трения выполняют двойную функцию: в технологических машинах они вредны, во фрикционных и тормозных механизмах они полезны. Силы трения в подшипниках будут силами сопротивления, а в ленточных передачах – движущими силами.

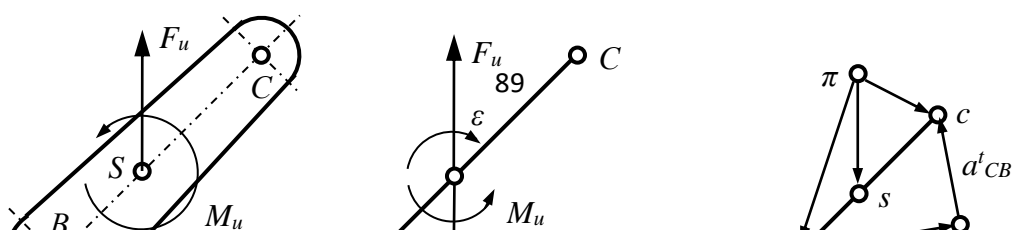
Силы инерции в звеньях плоских механизмов.

Сила инерции распределяется по всему объему в звеньях механизма и усиливается прямо пропорционально изменению скоростей, то есть ускорению.

Сила инерции и момент силы инерции это сила удара, которая с ускорением оказывает подвижное звено на подвижное звено.

По своим кинематическим характеристикам движение звеньев бывает трех типов: поступательное, вращательное или колебательное и сложное плоское параллельное.

Рассмотрим звено BC в плоском параллельном движении (5.1-рис.).



5.1-рис. Схема звена:

а) главный вектор и главный момент сил инерции в материальных точках звена; б) план ускорений

При этом все возникающие силы инерции и моменты сил инерции приведены к центру масс B звена.

Сила инерции звена BC

$$\overline{F}_i = - m \overline{a}_S; \quad (5.1)$$

где m -масса звена, кг;

\overline{a}_S - полное ускорение центра масс S звена, м/с².

Момент инерции

$$\overline{M}_i = - J_S \overline{\varepsilon}; \quad (5.2)$$

где J_S -момент инерции звена относительно центра масс S , кг м²;

$\overline{\varepsilon}$ – угловое ускорение звена, рад/с.

Знаки минус в правой части уравнений указывают на то, что сила инерции \overline{F}_i и моменты сил инерции \overline{M}_i направлены противоположно направлению углового ускорения.

\overline{a}_S общее ускорение центра масс S определяется по плану ускорений звена:

$$a_S = \mu_a (\pi s); \quad (5.3)$$

где μ_a – масштаб ускорений, м с⁻²/мм;

(πs) – отрезок от π полюса в плане ускорений до центра масс S звена, мм (5.1-рис., б).

Угловое ускорение:

$$|\varepsilon| = \frac{a_{CB}^t}{l_{BC}}; \quad (5.4)$$

где a_{CB}^t -тангенциальное ускорение движения звена, м с⁻²;

l_{BC} - длина звена BC , м.

Если звено находится только в поступательном движении, то угловое ускорение $\varepsilon=0$ и момент силы инерции $M_i=0$. Действует только сила инерции F_i .

Если звено находится только во вращательном движении, то ускорение $a_s=0$, а сила инерции $F_i=0$. Действует только момент силы инерции M_i .

6. Силовой расчет и уравнивание механизмов.

6.1.Режим движения машины

Период времени, в течение которого механизм находится от начала движения до момента его остановки, называется полным временем движения механизма T . Закон движения всех звеньев в механизме определяется законом движения исходного звена. Поэтому время полного хода механизма определяется временем полного хода ведущего звена.

Полное время действия состоит из трех частей:

1. Время разгона T_p .
2. Установившееся время T_b .
3. Время торможения T_t .

Время разгона T_p – скорость начального звена называется периодом пробега от нуля до средней нормальной рабочей скорости.

Установившееся время T_b -скорость исходного звена в этот период равна средней нормальной рабочей скорости.

Время торможения T_t .-называется периодом, в течение которого скорость начального звена падает от средней нормальной рабочей скорости до нуля.

Полное время движения

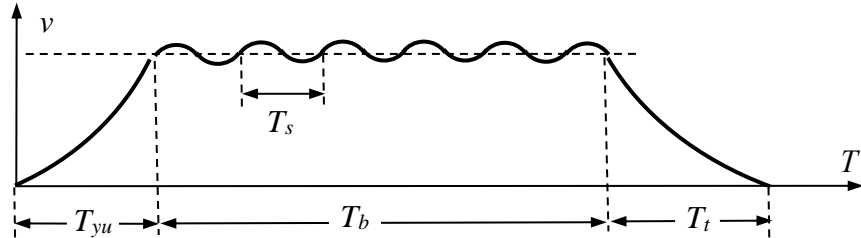
$$T = T_p + T_b + T_t. \quad (6.1)$$

Во время установившегося времени скорость движения может циклически изменяться вокруг средней нормальной рабочей скорости. В этом случае уравнение (6.1) можно составить следующим образом

$$T = T_p + k T_s + T_t. \quad (6.2)$$

где T_s -циклический период;

k -количество циклов.



6.1-рис. Тахограмма механизма

Рассмотрим динамические характеристики движения механизма.

Уравнение кинетической энергии механизма при движении будет:

$$A_d - A_c = \sum \frac{mv^2}{2} - \sum \frac{mv_o^2}{2}; \quad (6.3)$$

здесь A_d -это работа всех движущих сил, Ж;

A_c -работа всех сил сопротивления, Ж ;

m -масса механизма, кг;

v_o и v -начальная и средняя нормальная скорость работы механизма, м/с.

Из уравнения (6.3) видно, что кинетическая энергия при разгоне увеличивается и выполняется следующее условие:

$$A_d > A_c; \quad v > v_o; \quad \sum \frac{m \cdot v^2}{2} - \sum \frac{m \cdot v_o^2}{2} > 0. \quad (6.4)$$

Во время установившегося хода скорость механизма v не меняется или циклически колеблется вокруг средней величины. Работа движущихся сил будет равно работе сил сопротивления, кинетическая энергия механизма не изменится, т. Е.

$$A_d = A_c; \quad \sum \frac{m \cdot v^2}{2} - \sum \frac{m \cdot v_o^2}{2} = 0. \quad (6.5)$$

Во время торможения расходуется кинетическая энергия механизма (за счет кинетической энергии, накопленной за время движения) и выполняется следующее условие:

$$A_d < A_c; \quad v < v_o; \quad \sum \frac{m \cdot v^2}{2} - \sum \frac{m \cdot v_o^2}{2} < 0. \quad (6.6)$$

Уравнение работы механизма с учетом всех действующих сил будет иметь следующий вид:

$$A_{\partial} - A_{np.c} - A_{mp} \pm A_u \pm A_m = 0; \quad (6.7)$$

где $A_{np.c}$ -работа производственных (полезных) сопротивлений, Ж;

A_{mp} -работа сил трения, Ж;

A_u -работа сил инерции, Ж;

A_m - работа сил тяжести, Ж.

Работа A_u и A_m имеет два значения. Силы инерции и силы тяжести могут быть положительными (полезными) или отрицательными (вредными).

Если учесть, что $A / t = N$ -мощность, уравнение (6.7) можно записать как:

$$N_{\partial} - N_{np.c} - N_{mp} \pm N_u \pm N_m. \quad (6.8)$$

Уравнение (6.8) называется уравнением энергетического баланса машины.

Если обозначить работу всех сил вредного сопротивления в периоде установившегося хода A_{∂} , то уравнение (6.8) можно записать как:

$$A_{\partial} = A_{np.c} + A_{\partial} = 0. \quad (6.9)$$

Таким образом, работа движущих сил в период установившегося хода равна сумме работы производительных сил и сил удельных сопротивлений.

6.2. Механический коэффициент полезного действия

Эффективность работы механизма определяется механическим коэффициентом полезного действия. Отношение работы производственных сопротивлений к работе движущих сил выражает механический коэффициент полезного действия механизма:

$$\eta = \frac{A_{np.c}}{A_{\partial}} = \frac{A_{np.c}}{A_{np.c} + A_{\partial}} = 1 - \frac{A_{\partial}}{A_{\partial}}. \quad (6.10)$$

Коэффициент полезного действия механизма может изменяться в интервале $0 < \eta < 1$. К следующему соотношению

$$\psi = A_z / A_{yu} \quad (6.11)$$

- так называемый коэффициент механических потерь.

В этом случае К.П.Д.

$$\eta = 1 - \psi .$$

при последовательном соединении n -ного количества механизмов К.П.Д. каждого механизма будет

$$\eta_1 = \frac{A_2}{A_1}; \quad \eta_3 = \frac{A_3}{A_2}; \quad \dots; \quad \eta_p = \frac{A_n}{A_{n-1}};$$

где $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ – 1, 2, 3, \dots , n -работа выполняемая n -ного количества механизмами;

$$A_0 > A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_n.$$

Общий механический коэффициент полезного действия равно произведению последовательно соединенных составляющих К.П.Д. механизмов :

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_p . \quad (6.12)$$

Общая работа распределяется при параллельном соединении n -ного количества механизмов:

$$k_1 A_{yu}, k_2 A_{yu}, \dots, k_n A_{yu};$$

где k_1, k_2, \dots, k_n -коэффициенты распределения работы:

$$k_1 + k_2 + \dots + k_n = 1.$$

Общий К.П.Д. механизма.

$$\eta = (A_1 + A_2 + \dots + A_p) / A_f.$$

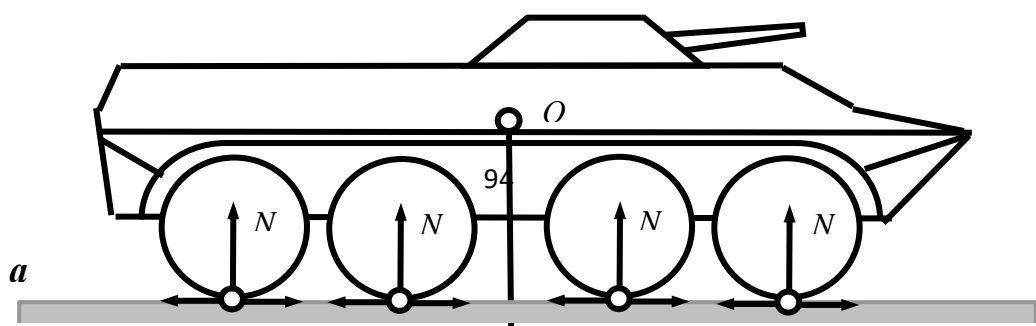
Из этого

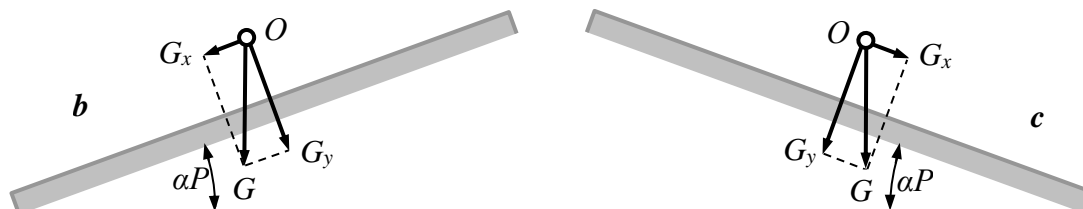
$$\eta = \eta_1 k_1 + \eta_2 k_2 + \dots + \eta_p k_p . \quad (6.13)$$

6.3.Динамический анализ движения механизмов машины

Рассмотрим силу сопротивления, которая возникает при движении машины. В точках соприкосновения с дорогой при движении автомобиля на каждую пару колес действуют следующие силы:

- движущая R сила, направленная по движению;
- сила сопротивления R , противоположная движению;
- нормальная N сила, направленная вверх.





2-рис. Схема движения машины:
a – на горизонтальной трассе; *б* – подъем по склону; *в*-спуск по склону

В машинах эти силы действуют на колёса. Равнодействующая всех движущих сил R равна силе движущей силы машины R_{Σ} , т. е.

$$R_{\Sigma} = \sum_i^n R_i; \quad (6.14)$$

где $i=1 \dots n$ – количество пар ведущих колес;

Равным действием всех сил сопротивления R является сила сопротивления всей пути R_{Σ} , т. е.

$$R_{\Sigma} = \sum_j^n R_j; \quad (6.15)$$

где $j=2 \dots n$ – общее количество пар колес.

Равным действию всех нормальных N сил является нормаль силы реакции N_{Σ} дороги которая представляет силу равная весу машины G :

$$N_{\Sigma} = \sum_j^n N_j = G. \quad (6.16)$$

Сила сопротивления дороги прямо пропорциональна весу автомобиля

$$R_{\Sigma} = f G = f g m; \quad (6.17)$$

где f -коэффициент сопротивления дороги;

g - ускорение свободного падения;

m -масса машины.

В движении машины на подъеме по склону вес G можно разделить на два составляющих:

$G_y = G \cos \alpha$ -нормаль(перпендикулярна) к плоскости дороги;

$G_x = G \sin \alpha$ -параллельна плоскости дороги;

α -угол наклона дороги относительно горизонта.

Нормальная сила G_y к плоскости пути называется тягой сцепления. В этом случае сила сопротивления пути движению может быть выражена как

$$R_1 = f G_y = f G \cos \alpha . \quad (6.17)$$

Сила G_x , параллельная дорожной плоскости, обеспечивает дополнительное сопротивление движению автомобиля

$$R_2 = G_x = G \sin \alpha . \quad (6.18)$$

Общее сопротивление движению машины равно

$$R_{\Sigma} = f G \cos \alpha + G \sin \alpha = G (f \cos \alpha + \sin \alpha) \quad (6.19)$$

Сила G_x , параллельная дороге, создает дополнительную движущую силу, когда автомобиль спускается с склона. Тогда силу сопротивления к движению машины в общем виде можно записать как

$$R_{\Sigma} = G (f \cos \alpha \pm \sin \alpha); \quad (6.20)$$

где $\sin \alpha$ – принимается при подъеме по склону – положительно, а при спуске-отрицательно.

Для движения машины движущая сила R_{Σ} машины должно быть больше или равно силе сопротивления дороги R_{Σ} т. е.

$$R_{\Sigma} \geq R_{\Sigma} = G (f \cos \alpha \pm \sin \alpha) . \quad (6.21)$$

Коэффициент сопротивления дороги f зависит от дорожных условий. В таблице 1 приведены значения коэффициента f .

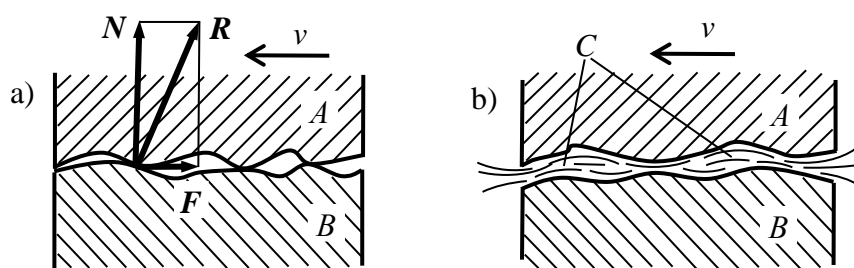
Таблица 1.Значения коэффициента сопротивления дороги

Характеристика дороги	Гусеничная машина, f	Колёсная машина, f
Асфальт или бетон	0,03 – 0,05	0,018 – 0,022
Грунтовая сухая дорога	0,06 – 0,07	0,025 – 0,05
Песчаная дорога	0,15 – 0,20	0,10 – 0,30
Снежная дорога	0,1 – 0,25	

7. Трение и изнашивание в механизмах.

Причины возникновения силы трения.

Причина образования трения скольжения обусловлена наличием шероховатости на поверхностях соприкасающихся тел (7.1-рис.). При движении одного тела относительно другого на контактных поверхностях образуются упругость, вязкость, пластические деформации, а также усиливаются межмолекулярные силы. Общее сопротивление, создаваемое поверхностями, когда два соприкасающихся тела находятся в относительном скользящем движении, называется силой трения.



7.1- рис. Микрогеометрия двух соприкасающихся тел:

а) сухое трение, б) масляное трение;

A и B -соприкасающиеся тела, F -сила трения, R -сила реакции, N – нормальная составляющая силы реакции, C -масляный слой

Виды трения

1.Трение покоя.

Сила существует между покоящимися друг относительно друга телами.

2.Трение скольжения.

Трение, которое возникает в результате скольжения одного тела по поверхности другого.

3.Трение качения.

Трение, которое возникает, когда одно тело катится по поверхности другого.

Сила трения в технике.

В технике сила трения имеет большое значение. Во всех машинах из-за трения нагреваются и изнашиваются движущиеся части.

Для уменьшения трения соприкасающиеся поверхности делают гладкими, между ними вводят смазку.

Чтобы уменьшить трение вращающихся валов машин и станков, используют подшипники. Подшипники бывают шариковые и роликовые.

Простейший подшипник состоит из внешнего кольца и внутреннего кольца. Внутреннее кольцо изготавливают из твердой стали, насаживают на вал. Наружное кольцо закрепляют в корпусе машины.

При вращении вала внутреннее кольцо катится на шариках или роликах, находящихся между кольцами.

Трение бывает внутренним и внешним.

Внешнее трение бывает трёх видов.

1) **Трение скольжения** (трение 1 – го типа) - поверхность одного тела скользит по поверхности другого тела. Такое трение возникает в низших и высших парах.

2) **Трение качением** (трение 2 – го типа) - одна поверхность катится по другой поверхности. Такое трение возникает в высших парах.

3) **Трение вращением** – рисует круги во всех соприкасающихся точках в плоскости, где зацепляются два тела.

Трущиеся тела в зависимости от их поверхности и состояния смазки подразделяются на следующие виды трения.

Чисто – сухое трение-происходит на чистых, не смазанных маслом поверхностях.

Предельное трение-между поверхностями трущихся тел находится слой масла толщиной 0,1 мкм.

Жидкостное трение – в масляном слое создается большое гидродинамическое давление для разделения двух тел.

Полужидкое или смешанное трение – чистое жидкое трение не выполняется даже при смазке, выходные элементы на поверхностях двух тел соприкасаются.

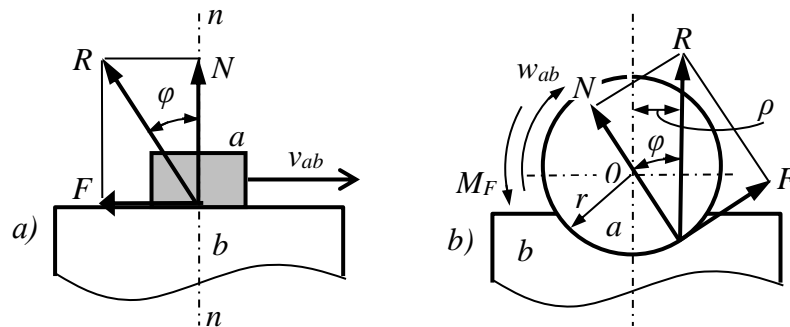
Полусухое трение – возникает при предельном и сухом трении.

Трение смазкой воздухом-происходит при больших скоростях и больших аэродинамических давлениях, пары трения разделены воздушным слоем.

Например, во фрикционных, ременных передачах тормозные колодки будут иметь сухое трение; в смазанных подшипниках – жидкое трение, в отдельных случаях переходящее в полусухое или сухое трение.

Энергия, затрачиваемая на трение, преобразуется в тепло. В то же время неровности на соприкасающихся поверхностях сглаживаются, этот процесс называется сглаживанием.

При скольжении элементов кинематических пар возникает сила трения скольжения.



7.2-рис. Силы, действующие при трении скольжения в кинематических парах:
а) поступательные и б) вращающиеся кинематические пары

При поступательном движении сила трения F равна (рис. 7.2, а)

$$F = Nf; (7.1)$$

где $N = R \cos \varphi$ – R нормальная составляющая реакции, когда нет трения

$$N = R;$$

f - коэффициент трения скольжения;

$\varphi = \arctg f$ - угол трения.

В вращающихся кинематических парах действие силы реакций R по окружности, направлена M_F -обратная угловая скорость w_{ab} (рис.7.2, б).

Радиус вращения трения равен

$$\rho = r \sin \varphi \approx r \operatorname{tg} \varphi = rf; (7.2)$$

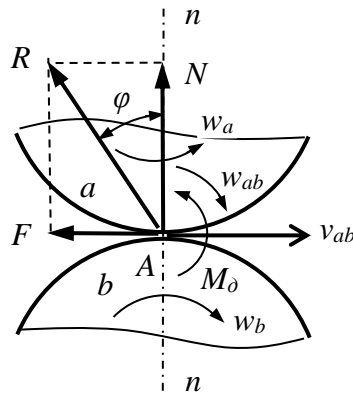
где r -радиус вращающегося звена a .

Момент силы трения, создаваемый при вращении M_F

$$M_F = R \rho = R r f. \quad (3)$$

Сила трения определяется по формуле (7.1). В отсутствие трения сила реакции проходит через центр O звена a и $R = N$.

В высших кинематических парах возникает трение качения (7.3-рис.).



7.3-рис. Действующие силы при трении качения в высших кинематических парах

При трении качения возникает крутящий момент трения качения M_d . Он направлен против угловой скорости w_{ab} звена a по отношению к звену b .

Крутящий момент трения качения равен

$$M_d = N k ; (7.4)$$

где N - нормальная составляющая реакции R ;

k -коэффициент трения качения, имеющий единицу длины.

8.Виды и стадии изнашивания.

Износ — степень изменения размеров и веса деталей.

Изнашиванием называется процесс отделения материала с поверхности твердого тела и (или) увеличения его остаточной деформации при трении, проявляющийся в постепенном изменении размеров и (или) формы тела. Износ деталей является результатом изнашивания и определяется в установленных единицах (толщины, слоя, объема, массы).

Величина износа зависит:

от материала детали (ее физико-химических свойств);

от характера взаимодействия деталей (рода и вида трения, геометрии контакта, геометрии поверхностей трения, посадки сопряженных деталей);

от нагрузки (статической, динамической);

от химического воздействия;

от продолжительности воздействия.

Процесс изнашивания происходит в три стадии.

На первой стадии идет приработка сопряженных поверхностей деталей. В этот небольшой по времени период происходит интенсивный износ рабочих поверхностей до оптимальной (S нач.) величины спроектированного конструктором зазора.

Вторая стадия является наиболее продолжительной по времени и характеризуется стабильностью процесса. Это режим эксплуатационного износа. На протяжении всего этого участка износ деталей сохраняется в пределах допустимого.

Третья стадия - это ускоренный износ поверхности детали, характеризующийся резко возрастающей скоростью износа вследствие изменяющихся условий трения и формы трущихся поверхностей.

Различают три группы видов изнашивания, зависящих от характеристики воздействующих факторов:

механическое;

коррозионно-механическое;

электрическое (электроэрозионное).

К механическому изнашиванию относятся:

-абразивное;

-гидроабразивное ;

-газоабразивное ;

- эрозионное ;

-гидроэрозионное ;

-газоэрозионное ;

- кавитационное ;

-усталостное ;

-изнашивание при фреттинге ;

-изнашивание при заедании.

Абразивное изнашивание — наиболее распространенный вид механического изнашивания. Причиной абразивного изнашивания является попадание абразивных частиц на трущиеся поверхности.

Абразивные частицы могут быть внешнего (песок, пыль) и внутреннего (продукты износа — стружка, сколы, механическая пыль) происхождения.

При попадании абразивных частиц на трущиеся поверхности происходит резание, царапанье и разрушение поверхности с отделением продуктов износа, которые, в свою очередь, увеличивают интенсивность износа.

Примером абразивного износа является изнашивание тормозных колодок автомобиля.

Разновидностью абразивного износа является гидро- и газоабразивное изнашивание, которое возникает в результате действия твердых частиц, взвешенных в жидкости (газе) и перемещающихся относительно изнашивающегося тела.

Другие виды механического изнашивания:

- эрозионное изнашивание материала, происходящее в результате воздействия потока жидкости и (или) газа на деталь;
- кавитационное изнашивание, происходящее при движении твердого тела относительно жидкости (разновидность гидроэрозионного изнашивания);
- изнашивание при фреттинге — вид механического изнашивания соприкасающихся тел в условиях малых относительных (колебательных) перемещений (наклеп, выкрашивание).

Изнашивание при фреттинге происходит вследствие вибраций контактирующих поверхностей или периодических деформаций деталей. При этом виде коррозионно-механического изнашивания имеет место интенсивное абразивное разрушение.

К коррозионно-механическому изнашиванию относятся:

- окислительное;
- изнашивание при фреттинг-коррозии.

Различают следующие типы коррозионных разрушений металла:

равномерное (а),

коррозия пятнами (б),

коррозия язвами (в),

коррозия точками (г),

коррозионное растрескивание (д),

подповерхностная коррозия (е).

Для прочности деталей особо опасны коррозия точками и коррозионное растрескивание.

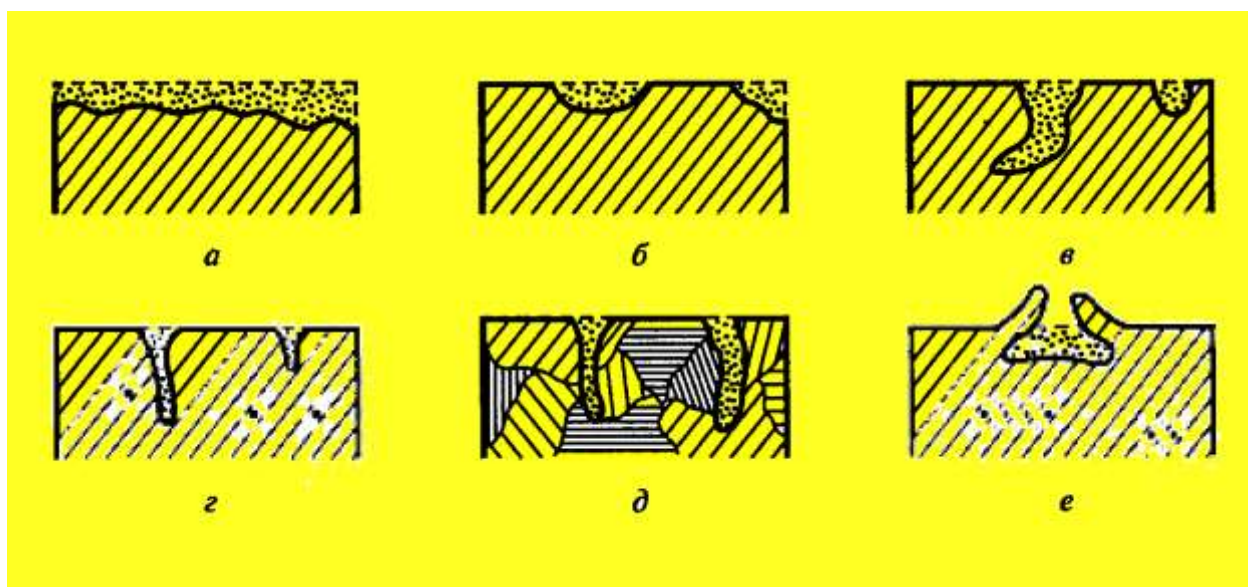


Рис. 3.3. Типы коррозионных разрушений:

а — равномерное; б — коррозия пятнами; в — коррозия язвами;
г — коррозия точками; д — коррозионное растрескивание;
е — подповерхностная коррозия

Процесс изнашивания детали характеризуется четырьмя параметрами:

- скоростью;
- интенсивностью;
- относительной износостойкостью материала;
- величиной линейного износа.

Виды коррозий:

Коррозия представляет собой агрессивное воздействие среды на детали, приводящее к окислению металла и уменьшению его прочности, изменению его характеристик и разрушению, а также ухудшению внешнего вида.

Коррозия металлов (сплавов) может возникать вследствие электрохимического или химического воздействия внешней среды.

Электрохимическая коррозия возникает в водных растворах кислот, щелочей, солей и во влажной атмосфере.

Химическая коррозия возникает в результате взаимодействия металла со средой (кислородом, водородом, азотом), т.е. атомы металла (сплава) непосредственно соединяются химической связью с атомами окислителей.

Старение материала и накопление отложений.

К другим постоянно действующим причинам изменения технического состояния элементов автомобиля относятся старение материала и накопление отложений.

Старение материала определяется изменением его свойств от времени и потерей технических и эксплуатационных качеств в независимости от возникающих причин изменения технического состояния элемента.

Виды деформаций и разрушений.

Деформация — изменение форм и размеров детали под нагрузкой. При этом, если деталь после прекращения действия нагрузки вновь приобретает прежние размеры и форму, то говорят об упругой деформации, в противном случае — о пластической.

При физическом воздействии возникают следующие виды разрушений и повреждений:

- хрупкое разрушение происходит без предварительной деформации и вызывается нормальными напряжениями;
- вязкое разрушение происходит при значительной деформации касательными нагрузками;

- усталостное разрушение (рам, валов, пружин, рессор, шатунов и других деталей) имеет место при циклических нагрузках, связано с пластической деформацией и приводит к полной потере работоспособности элемента;

- тепловое разрушение (головки блока цилиндров, поршней, выпускных коллекторов) происходит в результате значительных нагреваний, приводя к разрушению созданной структуры материалов, т.е. к утрате первоначальных эксплуатационных свойств;

- оплавление некоторых деталей (электроды свечей, контакты прерывателей и т.д.) появляется при электромагнитных воздействиях.

Контрольные вопросы по разделу.

1. Понятие механизма, детали, звена.
2. Название звеньев механизма в зависимости от характера их движения.
3. Классификация кинематических пар.
4. Условные изображения кинематических пар.
5. Кинематические цепи (простые, сложные, замкнутые, незамкнутые).
6. Определение числа степеней свободы кинематической цепи.
7. Высшие и низшие пары. Понятие заменяющего механизма.
8. Структурная классификация плоских механизмов.
9. Определение класса и порядка групп Ассура.
10. Кинематика. Задачи кинематического анализа (цели и методы).
11. Графический метод кинематического исследования.
12. Аналитический метод кинематического исследования.
13. Аналоги скоростей и ускорений.
14. Задачи динамики механизмов.
15. Классификация сил при силовом расчете механизмов.
16. Метод кинетостатики при силовом расчете механизмов.
17. Главный вектор и главный момент сил инерции.
18. Коэффициент трения скольжения, Коэффициент трения качения.
19. Трение в цапфах вращательных пар.

20.Определение уравнивающей силы (момента) с помощью теоремы Жуковского.

21.Уравнение энергетического баланса машины.

22.Механический коэффициент полезного действия машины, коэффициент потерь.

23.Коэффициент полезного действия системы механизмов при их параллельном и последовательном соединении.

24.Кинетическая энергия механизма.

25.Приведенная масса и приведенный момент инерции механизма.

26.Уравнение движения машинного агрегата.

РАЗДЕЛ 2. ОСНОВЫ РАСЧЕТОВ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

9. Основные понятия в сопротивлении материалов.

9.1. Введение. Основные понятия и гипотезы.

Наука о сопротивлении материалов решает две основные проблемы:

1. В процессе проектирования конструкции необходимо обеспечить ее требуемую прочность, износостойкость, устойчивость при наименьших размерах и весе.

2. Это определение размера наибольшей безопасной нагрузки для существующей конструкции.

Решение этих вопросов требует неразрывной связи между опытом и теорией.

С помощью опытов правильно оцениваются основные теоретические определения, положения, расчетные формулы, определяются механические свойства материалов. Рассматриваемые вопросы решаются с помощью опыта даже в тех случаях, когда они не могут быть решены теоретически из-за их сложности.

Теория дает методы расчета конструкций, изготовленных из одних и тех же материалов, при самых сложных нагрузках в различных условиях, с использованием результатов экспериментов.

Невозможно создать даже простую машину, отвечающую техническим требованиям, не зная основ сопротивления материалов.

В настоящее время “Сопротивление материалов” - это наука о прочности и надежности элементов конструкции, инженерия обобщает опыты, разрабатывает научные основы конструирования и проектирования надежных механизмов и машин, тесно связана с механикой, физикой твердого тела, технологией материалов, производством.

Для получения надежных и оптимальных методов расчета сопротивления материалов были приняты следующие гипотезы:

1. Конструкционный материал воспринимается как целостная среда и изотропный. Методы математического моделирования дают представление об изотропном теле как непрерывная среда.

2. Материал конструкции работает на пределе упругости, то есть после снятия деформирующей нагрузки деталь имеет возможность восстановить свою первоначальную форму и размеры.

3. Деформация тела под нагрузкой очень мала по сравнению с размерами тела. Из этой гипотезы получается, что исходные размеры тела и направление действующих сил сохраняются даже при нагрузке.

4. Система сил воздействует на тело эти силы по отдельности и даже при воздействии на тело в разном порядке сумма равна результату. Принцип самостоятельного действия сил.

Для расчетной модели приведены следующие физические свойства: в конструкционных материалах в различных пропорциях происходит упругость, пластичность, скользкость.

На практике для оценки прочности конструкции в геометрию детали вносятся упрощения, т. е. она воспринимается на схеме как стержень, балка – балка, пластина, оболочка – оболочка, массив.

Стержень (стержень), брус (балка) – один размер тела очень мал по сравнению с двумя другими размерами.

Оболочка-толщина тела очень мала по сравнению с двумя другими размерами. Например, котел, цистерна, бак. Плоская оболочка называется пластиной.

Массив-тело все три измерения имеют одинаковый порядок. Обычно массивные тела имеют сложную форму. Например, опоры, фундамент, шарикоподшипники и ролики на подшипниках.

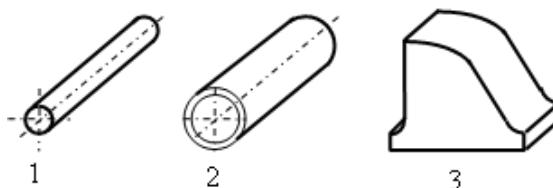


Рис.- 9.1. 1-стержень; 2-оболочка; 3-массив

9.2. Прочность, жёсткость, устойчивость. Классификация нагрузок, влияющих на конструкцию.

Любой механизм, машина состоит из различных деталей. Они деформируются от воздействия нагрузок, в некоторых случаях разрушаются. По этой причине при проектировании машин и конструкций необходимо рассчитывать их на прочность, износостойкость, устойчивость.

Прочность-это способность материала выдерживать нагрузки без разрушения. Кривизной называют способность конструкции выдерживать нагрузки без больших деформаций.

Жёсткостью называют способность конструкции выдерживать нагрузки без больших деформаций.

Устойчивостью называют способность конструкции сохранять первоначальную форму упругого равновесия.

Сила-мера механического взаимодействия тел (H). Силы, действующие на конструкцию, называются внешними силами. Внешние силы делятся на поверхностные и объемные. Поверхностные силы делятся на распределенные и накопительные. Распределенные силы будут приложены к поверхности определенной поверхности. Например, давление газа на стенки сосуда, слой

снега на крыше. (H/m^2 , Па). Нагрузка, распределенная по длине, называется погонной нагрузкой (H/m). Распределенная нагрузка будет равномерной и неравномерно распределенной. Например, давление воды на плотину распределено неравномерно, с увеличением глубины давление увеличивается. Сосредоточенная сила называется силой, действующей на очень маленькую поверхность. В целях упрощения расчетов предполагается, что сосредоточенная сила помещается в точку (H). Объемные силы будут распределены по всему объему тела. Например, вес, магнитное притяжение силы.

В зависимости от характера воздействия нагрузки бывают статическими и динамическими.

Статические нагрузки всегда неизменны или меняются очень мало. Например, строительные конструкции.

Динамические нагрузки меняются со временем. Например, периодические и ударные силы.

Сопротивление материалов связано, с одной стороны, с материаловедением и теорией испытаний материалов, а с другой - с теоретической механикой. Законы и теоремы, принятые в теоретической механике, Основные понятия твердого тела и силы также имеют свою силу в сопротивлении материалов. В то же время вводятся новые важные концепции для решения проблем сопротивления материалов, а именно напряжения и деформации.

В природе не все материалы абсолютно твердые. Под действием внешних сил тела в определенной степени изменяют свою форму и размеры, т. е. деформируются. Основными видами деформаций являются: растяжение, сжатие, смещение (сдвиг, раздавливание), кручение, изгиб.

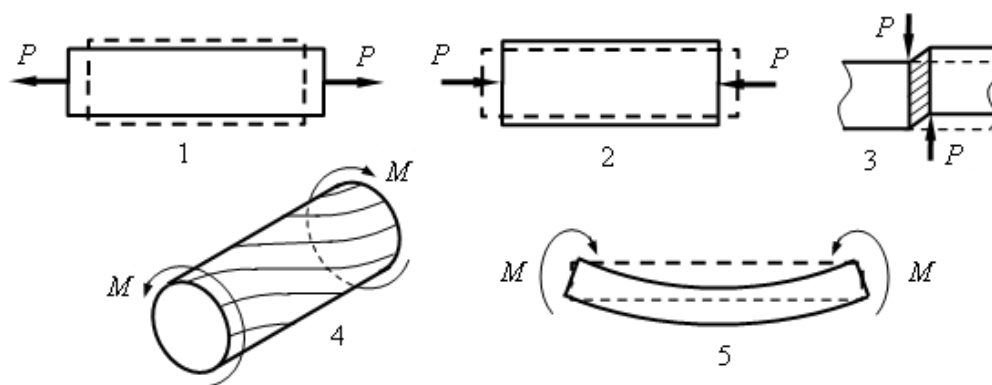


Рис. 9.2. Основные виды деформаций:

1-растяжение; 2-сжатие; 3-скольжение; 4-кручение; 5-изгиб

9.3.Метод разреза. Продольные, поперечные и полные напряжения

Под действием внешних сил внутри тела возникают силы внутреннего сопротивления. Внешние силы деформируют тело, в то время как внутренние силы стремятся сохранить его первоначальную форму и объем. Определение внутреннего напряжения и деформации необходимо для оценки прочности материала корпуса. Для определения внутренних сил используется метод поперечного сечения.

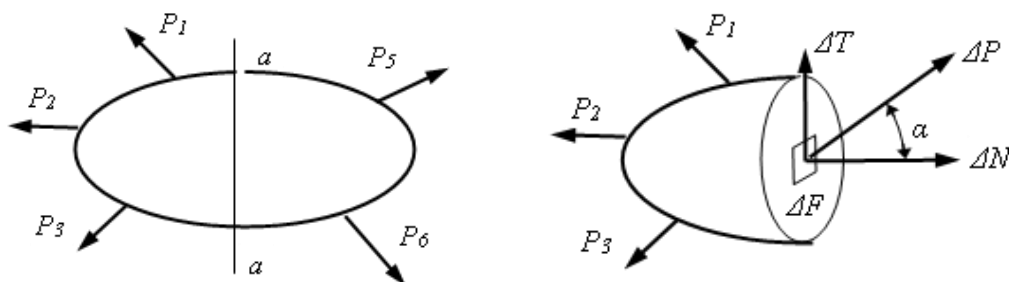


Рис.9.3. Определение внутренних сил методом сечения

Из сечения отделим элементарную поверхность ΔF . Когда на элементарную поверхность влияет, это элементарная сила ΔR , то количество внутренних сил

$$r = \Delta R / \Delta F . \quad (9.1)$$

Величина внутренней упругой силы на единицу поверхности называется средним натяжением. Если ΔF уменьшить элементарную поверхность до точки если привести, то фактическое напряжение в точке

$$r = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F} = \frac{dP}{dF}. \quad (9.2)$$

Для безопасной работы конструкции наибольшее предельное напряжение r_{ch} , создаваемое ею на элементах не должно превышать допустимого напряжения. Если для материала известно допускаемое напряжение $[p]$, то условие прочности:

$$r_{ch} \leq [p]. \quad (9.3)$$

Под допускаемым напряжением понимается напряжение, обеспечивающее прочную и долговечную работу элементов конструкции.

Соотношение между наибольшим предельным r_{ch} и допустимым напряжением $[p]$ определяется запасом прочности и выражается как:

$$[p] = r_{ch} / p; \quad (9.4)$$

где p - запас прочности, значение которого зависит от выполняемой функции и условий эксплуатации.

Разделим элементарную внутреннюю силу ΔR , действующую на поверхность ΔF , на две составляющие силы:

ΔN -элементарная продольная нормальная сила, направленная по нормали к поверхности поперечного сечения:

$$\Delta N = \Delta P \sin \alpha; \quad (9.5)$$

ΔT -поперечное сечение поверхности-это элементарное сечение, направленное на тангенциальная сила:

$$\Delta T = \Delta P \cos \alpha; \quad (9.6)$$

где α - угол между направлением силы ΔR с нормальной линией, проведенной к поперечному сечению.

Образовавшееся в поперечном сечении напряжение σ разделим на двух составляющих:

σ – продольное нормальное напряжение:

$$\sigma = r \sin \alpha \text{ или } \sigma = dN / dF; \quad (9.7)$$

τ -касательное напряжение:

$$\tau = r \cos \alpha \text{ или } \tau = dT / dF. \quad (9.8)$$

Общее напряжение можно определить как

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} . \quad (9.9)$$

Принять 1 Н (Ньютон) как единицу измерения силы в системе СИ т. е. говорят о силе, которая дает ускорение 1 м/с² на 1 кг массы:

$$1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \times \text{м} / \text{с}^2.$$

Следовательно, единицей измерения напряжения является:

$$1 \text{ Н/м}^2 = 1 \text{ Па}; 1 \text{ Н/см}^2 = 10 \text{ КПа}; 1 \text{ Н/мм}^2 = 1 \text{ МПа}.$$

10. Растяжение и сжатие.

Растяжение (сжатие) – простой вид сопротивления, при котором стержень нагружен силами, параллельными продольной оси стержня и приложенными в центр тяжести его сечения.

Принцип Сен-Венана:

в сечениях, достаточно удаленных от мест приложения сил, распределение напряжений и деформаций мало зависит от способа приложения нагрузок.

Принцип Сен-Венана дает возможность вести расчет без учета местных (локальных) деформаций, возникающих вблизи от точек приложения внешних сил и отличающихся от деформаций основного объема материала, что в большинстве случаев упрощает решение задачи.

Гипотеза плоских сечений (гипотеза Я. Бернулли): поперечные сечения стержня плоские и перпендикулярные его оси до деформации остаются плоскими и перпендикулярными оси и после деформации.

Используя метод мысленных сечений, определим внутренние усилия в растянутом стержне:

а) стержень, нагруженный растягивающими силами F и находящийся в равновесии, рассекаем произвольным сечением;

б) отбрасываем одну из частей стержня, а ее действие на другую часть компенсируем внутренними усилиями, интенсивностью σ ;

в) осевое внутреннее усилие N , возникающее в сечении стержня, определим, составляя уравнения равновесия для отсеченной части:

$$N = \sum F_x. \quad (10.1)$$

Проецируя внешнюю силу F , действующую на отсеченную часть стержня, на другие оси (y и z), а также составляя уравнения моментов относительно координатных осей, легко убедиться, что осевое усилие N является единственным внутренним усилием, возникающим в сечении стержня (остальные тождественно равны нулю).

Таким образом, при растяжении (сжатии) из шести внутренних усилий в сечении стержня возникает только одно – осевое усилие N .

Нормальные напряжения σ_x , возникающие в сечении стержня, связаны с осевым усилием N следующим образом см.(10.3).

Учитывая, что в соответствии с гипотезой Бернулли напряжения равномерно распределены по поперечному сечению (т. е. $\sigma_x = \text{const}$), можно записать:

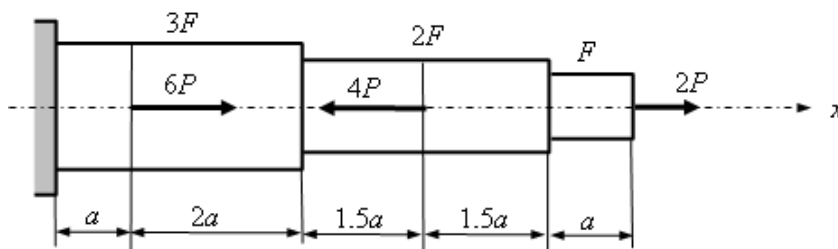
$$N = \sigma_x \cdot A \quad (10.2).$$

Таким образом, нормальные напряжения при растяжении (сжатии) определяются как $\sigma_x = N/A$ (10.3)

Продольные силы и нормальные напряжения

Задача 1.

Постройте эпюры для продольной силы N и нормального напряжения σ для закреплённого ступечатого бруса с одной стороны .



Решение.

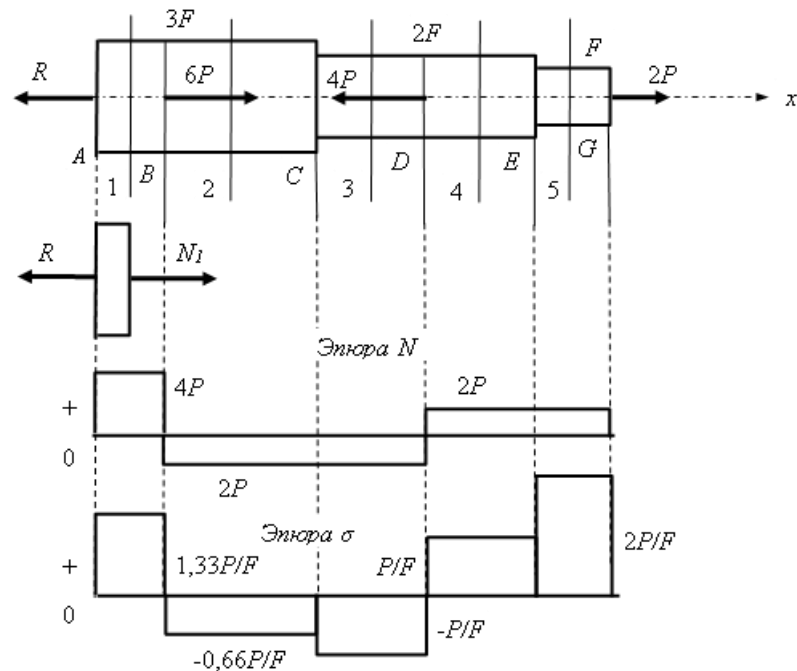
1. Освобождаем стержень от связи и заменяем опору опорной реакцией R . Составляем условия равновесия для стержня:

$$\sum X = 0; -R + 6P - 4P + 2P = 0.$$

Реакция равна

$$R = 6P - 4P + 2P = 4P.$$

2. Разделяем стержень на участки. Стержень разделяется от места изменения поперечного сечения и приложения силы. 1 -участок AB , 2 -участок BC , 3- участок CD , 4- участок DE , 5- участок EG .



Используя метод сечений, на первом участке срезаем стержень на 1 участке. Убираем правую сторону, для оставшейся левой стороны составим уравнение равновесия:

$$\sum X_1 = 0; -R + N_1 = 0; N_1 = R = 4P.$$

N_1 положительно, что означает, что стержень растягивается на участке 1.

Используя тот же метод разреза, для 2 разрезов на 2 участке:

$$\sum X_2 = 0; -R + 6P + N_2 = 0; N_2 = 4P - 6P = -2P.$$

N_2 отрицательный, что означает, что 2- участок сжимается на графике.

Для 3- участка

$$\sum X_3 = 0; -R + 6P + N_3 = 0; N_3 = 4P - 6P = -2P.$$

Для 4- участка

$$\sum X_4 = 0; -R + 6P - 4P + N_4 = 0; N_4 = 4P - 6P + 4P = 2P.$$

Для 5- участка

$$\sum X_5 = 0; -R + 6P - 4P + N_5 = 0; N_5 = 4P - 6P + 4P = 2P.$$

3. По определённым значениям продольных сил $N_1 \dots N_5$ построим эпюру

4. Определим нормальные напряжения для каждого участка.

$$\sigma_1 = N_1 / 3F = 4P/3F = 1,33 P/F\text{-растяжение};$$

$$\sigma_2 = N_2 / 3F = -2P/3F = -0,66 P/F\text{-сжатие};$$

$$\sigma_3 = N_3 / 2F = -2P/2F = - P/F\text{-сжатие};$$

$$\sigma_4 = N_4 / 2F = 2P/2F = P/F\text{-растяжение};$$

$$\sigma_5 = N_5/F = 2P / F \text{ – растяжение.}$$

5. По определённым значениям нормальных напряжений $\sigma_1 \dots \sigma_5$ построим эпюру .

Условие прочности

При растяжении и сжатии условием прочности будет:

$$\sigma = P / F \leq [\sigma] ;(10.4)$$

где $[\sigma]$ - допустимое нормальное напряжение, Па, Н/м².

По этому выражению решаются следующие задачи.

1. Через заданные значения силы R и допускаемое напряжение $[\sigma]$ определяется площадь поперечного сечения:

$$F \geq P / [\sigma] (10.5).$$

2. По значениям площади поперечного сечения F и допускаемое напряжение $[\sigma]$ определяется допускаемая сила:

$$P \leq [\sigma] F .(10.6)$$

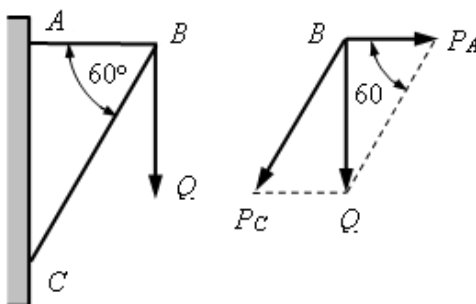
3. Через заданную R силу и площади поперечного сечения F определяется условие прочности.

Задача 2.

К кронштейну ABC из чугуна подвешен груз $Q=50 \text{ кН}$.

Допустимое напряжение растяжения для чугуна $[\sigma_{ch}] = 3000 \text{ Н / см}^2$, на сжатие $[\sigma_q]=9000 \text{ Н/см}^2$. Определить площадь поперечного сечения стержней AB и BC .

Решение.



Разделим силу Q на два составляющих. Сила растяжения стержня AB – P_A :

$$P_A = Q / \operatorname{tg} 60^\circ = 50000 / 1,732 = 28800 \text{ Н.}$$

Сжимающая сила стержня BC – P_C :

$$P_C = Q / \sin 60^\circ = 50000 / 0,866 = 57800 \text{ Н.}$$

Требуемая поверхность поперечного сечения из условия прочности определяется. Поверхность поперечного сечения стержня AB :

$$F_A = P_A / [\sigma_{ch}] = 28800 / 3000 = 9,6 \text{ см}^2 \approx 10 \text{ см}^2.$$

Площадь поперечного сечения стержня BC :

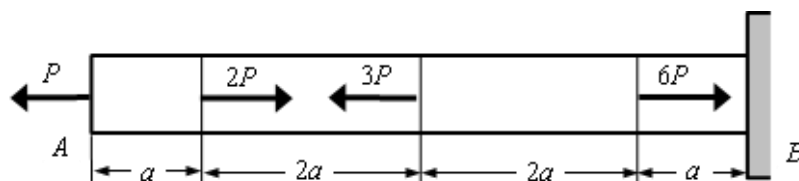
$$F_S = P_C / [\sigma_d] = 57800 / 9000 = 6,43 \text{ см}^2 \approx 6,5 \text{ см}^2.$$

Закон Гука. Абсолютная и относительная деформация

Задача 3.

Определите допустимую нагрузку $[R]$ для данного стержня.

$F = 3 \times 10^{-4} \text{ м}^2$; $[\sigma] = 90 \text{ МПа}$; $E = 0,4 \times 10^{11} \text{ Па}$. Допустимое смещение $[\Delta_{AB}] = 0,001 \text{ а}$.



Решение.

1) Освобождаем стержень от связи. Заменяем связь B на реакцию опоры R , тогда уравнение равновесия для стержня:

$$\sum X = 0; -P + 2P - 3P + 6P - R = 0.$$

Отсюда реакция $R = 4P$.

2) Разделим стержень на 4 участка. Определяем продольные силы методом сечения.

на 1-участке:

$$-P + N_1 = 0; N_1 = P - \text{растяжение.}$$

на 2-участке:

$$-P + 2P + N_2 = 0; N_2 = -P - \text{сжатие.}$$

на 3-участке:

$$-P + 2P - 3P + N_3 = 0; N_3 = 2P \text{ -растяжение.}$$

на 4-участке:

$$-P + 2P - 3P + 6P + N_4 = 0; N_4 = -4P \text{ -сжатие.}$$

Построим эпюру продольных сил $N_1...N_4$.

Из эпюры видно, что 4 -участок будет самым опасным. По условию прочности

$$N_4 / F = 4P / F \leq [\sigma] .$$

Из этого определим допустимую нагрузку:

$$[P] = [\sigma] F / 4 = 90 \times 10^6 \times 3 \times 10^{-4} / 4 = 6750 \text{ Н.}$$

3) по закону Гука определим смещения сечения A относительно сечения B , т. е. абсолютную деформацию стержня:

$$\text{На 1-участке: } \Delta l_1 = \frac{P \cdot a}{E \cdot F} . \quad \text{На 2-участке: } \Delta l_2 = \frac{-P \cdot a}{E \cdot F} .$$

$$\text{На 3-участке: } \Delta l_3 = \frac{P \cdot 2a}{E \cdot F} . \quad \text{На 4-участке: } \Delta l_4 = \frac{-P \cdot 4a}{E \cdot F} .$$

Общая абсолютная деформация стержня

$$\Delta l_{AB} = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 = \frac{P \cdot a}{E \cdot F} - \frac{P \cdot a}{E \cdot F} + \frac{P \cdot 2a}{E \cdot F} - \frac{P \cdot 4a}{E \cdot F} = -\frac{P \cdot 2a}{E \cdot F} .$$

4) определим допустимую $[R]$ силу по закону Гука.

$$|\Delta l_{AB}| \leq [\Delta l_{AB}] \text{ или } \frac{P \cdot 2a}{E \cdot F} \leq 0,001 \text{ а.}$$

Из этого

$$P = \frac{0,001 \cdot E \cdot F}{2} = \frac{0,001 \cdot 0,4 \cdot 10^{11} \cdot 3 \cdot 10^{-4}}{2} = 6000 \text{ Н.}$$

Это означает, что условие прочности выполняется, когда $[P] = P = 6000 \text{ Н.}$

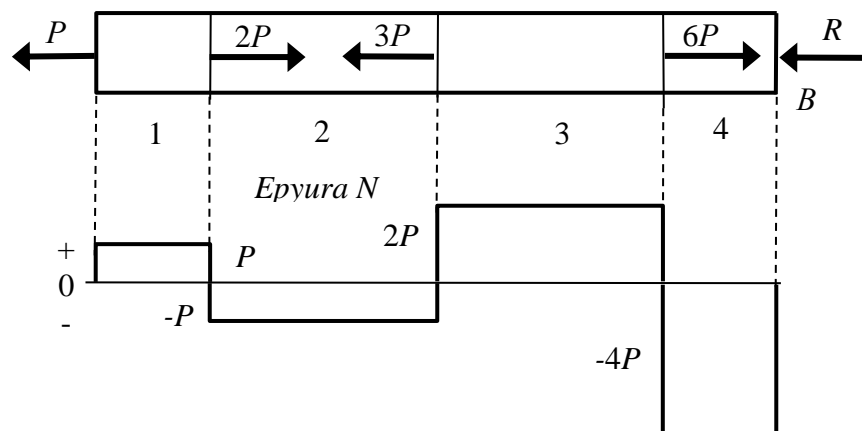


Диаграмма растяжения

Характеристики пластичности и прочности материалов

При выборе материала для изготовления любой детали необходимо знать его механические характеристики. Прочность, твердость, эластичность, ударопрочность материалов и др. так называемые механические характеристики материалов.

Такие характеристики определяются методом проб. Испытательные работы проводятся на разрывных машинах. Из наиболее распространенных тестов-Тест на растяжение. Для проверки механических свойств материала проводят испытания путем изготовления из него стандартного образца определенной формы на прерывающих машинах. Испытание материалов на статическое растяжение дает диаграмму растяжения. В зависимости от этого определяются механические характеристики материала. Хрупкие материалы не поддаются растяжению, поэтому их проверяют на сжатие. Например, чугун, бетон, кирпич

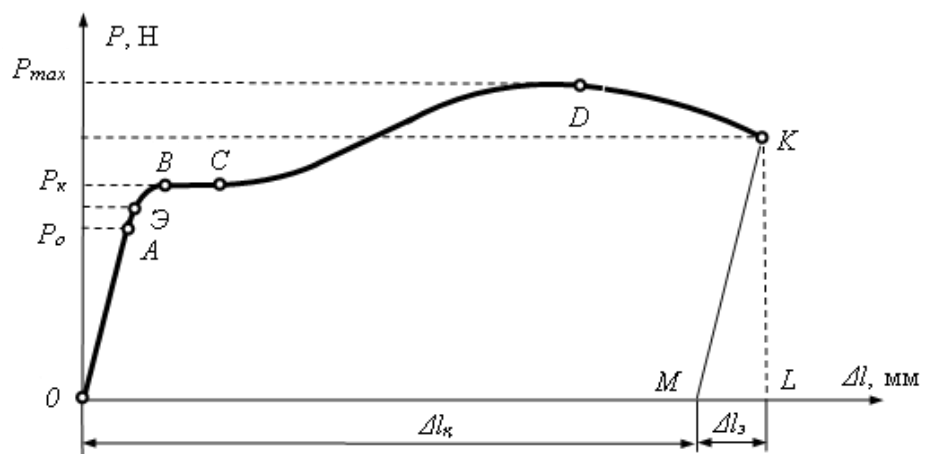


Рис. 10.1. Схема растяжения образца из углеродистой стали

Диаграмма растяжения графически представляет связь между нагрузкой P и удлинением образца Δl (или ε относительной деформации с напряжением σ).

На основе схемы определяются важные механические характеристики материала.

Предел пропорциональности σ_p -деформация увеличивается пропорционально нагрузке, при котором закон Гука сохраняет свою силу

$$\sigma_p = P_p / F ; (10.7)$$

где P_p -нагрузка на пределе пропорциональности, Н;

F -начальная площадь поперечного сечения образца, м².

Предел упругости σ_e – образуются только при упругой деформации, которое будет

$$\sigma_e = P_e / F ; \quad (10.8)$$

где P_e -нагрузка на пределе упругости, Н.

Предел текучести σ_o – механическая характеристика материала, характеризующая напряжение, при котором пластические деформации продолжают расти без увеличения нагрузки

$$\sigma_o = P_o / F ; \quad (10.9)$$

где P_o -нагрузка на пределе текучести, Н.

Предел прочности σ_m – наибольшее напряжение, при котором образец выдерживает максимальную нагрузку

$$\sigma_m = P_{max} / F ; \quad (10.10)$$

где P_{max} -нагрузка на пределе прочности, Н.

Фактическое сопротивление разрыву σ_{uk} – напряжение при разрушении образца

$$\sigma_{uk} = P_k / F ; \quad (10.11)$$

где P_k -критическая нагрузка, Н.

Пластичность материала-характеризуется величинами его относительного удлинения при разрыве образца и относительного сужения поперечного сечения.

Относительное удлинение при разрыве:

$$\delta = \frac{l_k - l_o}{l_o} \cdot 100\% ; \quad (10.12)$$

где l_k -длина образца после разрыва;

l_o -начальная длина, м.

Относительное сужение поперечного сечения при разрыве:

$$\psi = \frac{F_o - F_k}{F_o} \cdot 100\% ; \quad (10.13)$$

где F_k -площадь поперечного сечения шейки после разрыва;

F_o -начальная поверхность поперечного сечения, m^2 .

Рассмотренные механические характеристики дают исчерпывающую информацию о прочности, пластичности и упругости материалов. Предел прочности σ_m и предел текучести σ_o являются основными характеристиками прочности. При напряжениях выше предела прочности σ_m материал разрушается. При напряжениях выше предела σ_o текучести в материале образуются невозможные остаточные деформации. С другой стороны, остаточные деформации ускоряют разъедание и разрушение деталей.

Остаточное относительное удлинение δ и сужение ψ являются основными характеристиками пластичности.

Материалы по характеристикам пластичности условно делятся на три группы:

1) **пластичные материалы** при $\delta > 15\%$ и $\leq > 30\%$ (большинство стали, медь, латунь, алюминий);

2) **хрупкие–пластичные материалы** при $\delta < 15\%$ и $\leq < 30\%$ (большинство легированные стали, легкие сплавы);

3) **хрупкие материалы** (чугун, бетон, кирпич) при $\sigma < 1\%$ и $\psi < 1\%$.

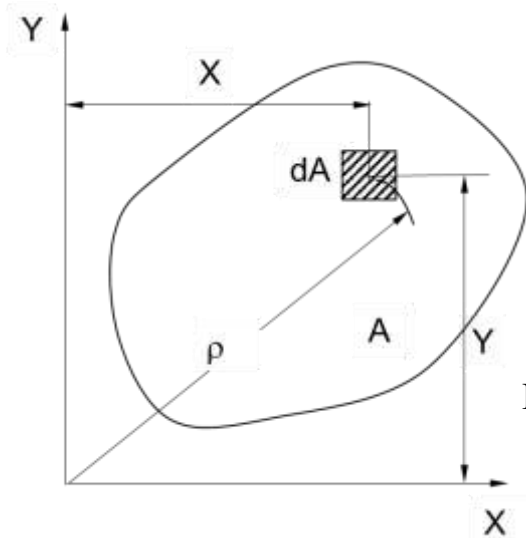
Зная приведенные механические свойства, можно решить следующие задачи:

- контроль качества материала в процессе производства;
- определение области использования материала;
- выбор другого подходящего материала вместо одного-замена материала;
- расчет конструкции на прочность.

11.Геометрические характеристики плоских сечений.

Различают следующие характеристики сечений: площадь A , статический момент площади (S_x , или S_y), момент инерции площади (I_x или I_y), центробежный момент инерции площади (I_{xy}).

Под статическим моментом площади относительно некоторой оси понимается сумма произведений площадей элементарных площадок на расстояния от их центра тяжести до соответствующей оси:



$$\begin{aligned} S_X &= \int_A Y dA \\ S_Y &= \int_A X dA \end{aligned} \quad (11.1)$$

Оси, проходящие через центр тяжести, называются **центральными осями**.

Моменты площади фигуры относительно центральных осей равны нулю.

Координаты центра тяжести

$$X_C = \frac{S_Y}{A}; \quad Y_C = \frac{S_X}{A} \quad (11.2)$$

Моментом инерции площади относительно оси называется сумма произведений площадей элементарных площадок на квадрат расстояний от их центра тяжести до соответствующей оси.

$$\begin{aligned} I_X &= \int_A Y^2 dA & I_Y &= \int_A X^2 dA \end{aligned} \quad (11.3)$$

Центробежным моментом инерции называется сумма произведений площадей элементарных площадок на расстояния от центра тяжести до осей

$$I_{XY} = \int_A XY dA \quad (11.4)$$

Полярным моментом инерции называется сумма произведения площадей элементарных площадок на квадрат расстояния от центра тяжести до начала координат

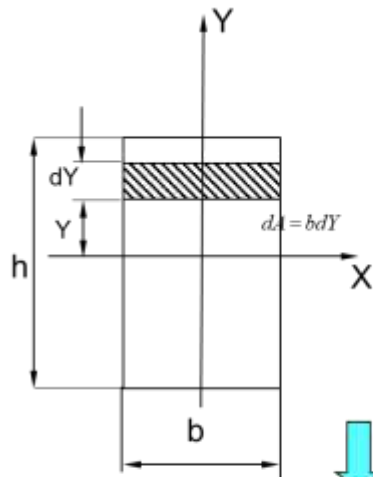
$$I_\rho = \int_A \rho^2 dA \quad I_\rho = \int_A \rho^2 dA = \int_A (X^2 + Y^2) dA = \int_A X^2 dA + \int_A Y^2 dA = I_Y + I_X \quad (11.5)$$

Полярный момент инерции равен сумме осевых моментов инерции относительно взаимно перпендикулярных осей.

$$\rho^2 = X^2 + Y^2 \quad (11.6)$$

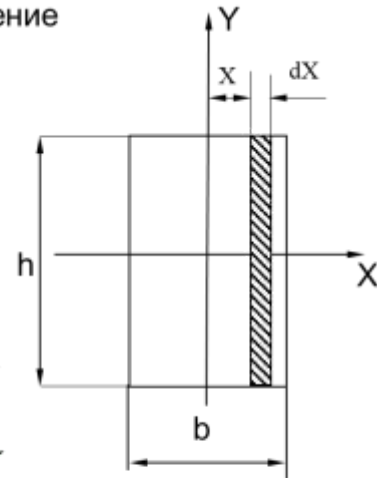
Моменты инерции практически важных сечений

Прямоугольное сечение



$$I_X = \int_A Y^2 dA$$

$$I_X = \int_{-h/2}^{h/2} b Y^2 dY = b \int_{-h/2}^{h/2} Y^2 dY = \frac{bh^3}{12}$$

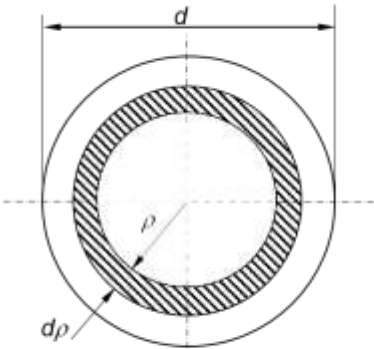


$$dA = h dX$$

$$I_Y = \int_A X^2 dA$$

$$I_Y = \int_{-b/2}^{b/2} h X^2 dX = h \int_{-b/2}^{b/2} X^2 dX = \frac{hb^3}{12}$$

Круглое сечение

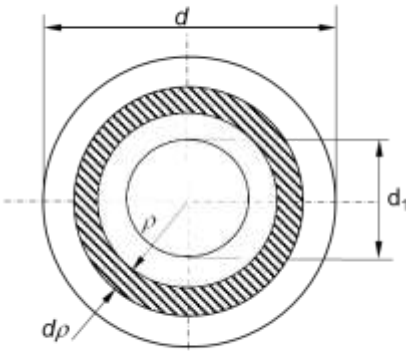


$$I_\rho = \int_A \rho^2 dA \quad \leftarrow dA = 2\pi\rho d\rho$$

$$I_P = \int_A \rho^2 dA = 2\pi \int_0^{d/2} \rho^3 d\rho = \frac{2\pi d^4}{64} = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$I_X = I_Y = \frac{I_P}{2} = \frac{\pi d^4}{64}$$

Трубчатое сечение



$$I_\rho = \int_A \rho^2 dA \quad \leftarrow dA = 2\pi\rho d\rho$$

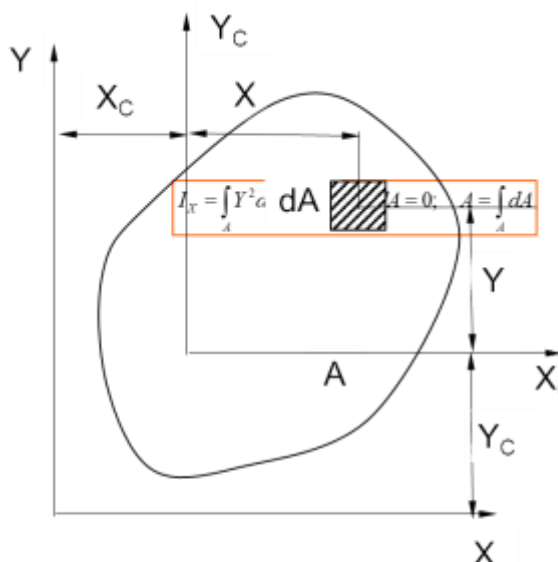
$$I_P = \int_A \rho^2 dA = 2\pi \int_{d_1/2}^{d/2} \rho^3 d\rho = \frac{2\pi d^4}{64} - \frac{2\pi d_1^4}{64} = \frac{\pi d^4}{32} \left(1 - \frac{d_1^4}{d^4}\right) = \frac{\pi d^4}{32} (1 - \alpha^4)$$

$$I_X = I_Y = \frac{I_P}{2} = \frac{\pi d^4}{64} (1 - \alpha^4)$$

(3.7)

Изменение моментов инерции при параллельном переносе осей.

Координаты текущей точки в новой системе координат равны: $X_C + X$ и $Y_C + Y$



Осевые моменты инерции

$$I_X = \int_A (Y_C + Y)^2 dA = \int_A Y^2 dA + 2Y_C \int_A Y dA + Y_C^2 \int_A dA$$

$$I_X = I_{Xc} + Y_C^2 \cdot A$$

$$I_Y = I_{Yc} + X_C^2 \cdot A$$

Центробежные моменты инерции

$$I_{XY} = \int_A (X + X_C)(Y + Y_C) dA = I_{XcYc} + X_C Y_C A$$

$$I_{XcYc} = \int_A XY dA \quad S_Y = \int_A X dA = 0; \quad S_X = \int_A Y dA = 0; \quad A = \int_A dA$$

Изменение моментов инерции при поворот осей.

$$X_1 = X \cos \alpha + Y \sin \alpha \quad Y_1 = Y \cos \alpha - X \sin \alpha$$

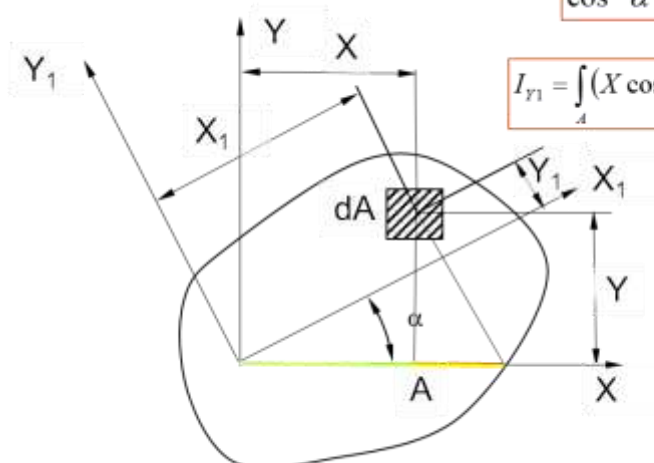
$$I_{X1} = \int_A (Y \cos \alpha - X \sin \alpha)^2 dA = \cos^2 \alpha \int_A Y^2 dA - 2 \cos \alpha \sin \alpha \int_A XY dA + \sin^2 \alpha \int_A X^2 dA$$

$$I_{X1} = I_X \cos^2 \alpha + I_Y \sin^2 \alpha - I_{XY} \sin 2\alpha$$

$$\cos^2 \alpha = (1 + \cos 2\alpha)/2$$

$$\sin^2 \alpha = (1 - \cos 2\alpha)/2$$

$$I_{Y1} = \int_A (X \cos \alpha + Y \sin \alpha)^2 dA = I_Y \cos^2 \alpha + I_X \sin^2 \alpha + I_{XY} \sin 2\alpha$$



$$I_{X1} = \frac{I_X + I_Y}{2} + \frac{I_X - I_Y}{2} \cos 2\alpha - I_{XY} \sin 2\alpha$$

$$I_{Y1} = \frac{I_X + I_Y}{2} + \frac{I_X - I_Y}{2} \cos 2\alpha + I_{XY} \sin 2\alpha$$

$$I_{X1Y1} = \frac{I_X - I_Y}{2} \sin 2\alpha + I_{XY} \cos 2\alpha$$

(11.8)

Главные оси и главные моменты инерции.

Главными осями называются оси, относительно которых центробежный момент инерции равен нулю.

$$I_{x_1y_1} = \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha + I_{xy} \sin 2\alpha$$

$$I_{x_1y_1} = \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha + I_{xy} \sin 2\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad \operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}$$

В результате решения трансцендентного уравнения получаем два значения угла с разницей в $\pi/2$ следовательно, главных осей две, и они взаимно перпендикулярны.

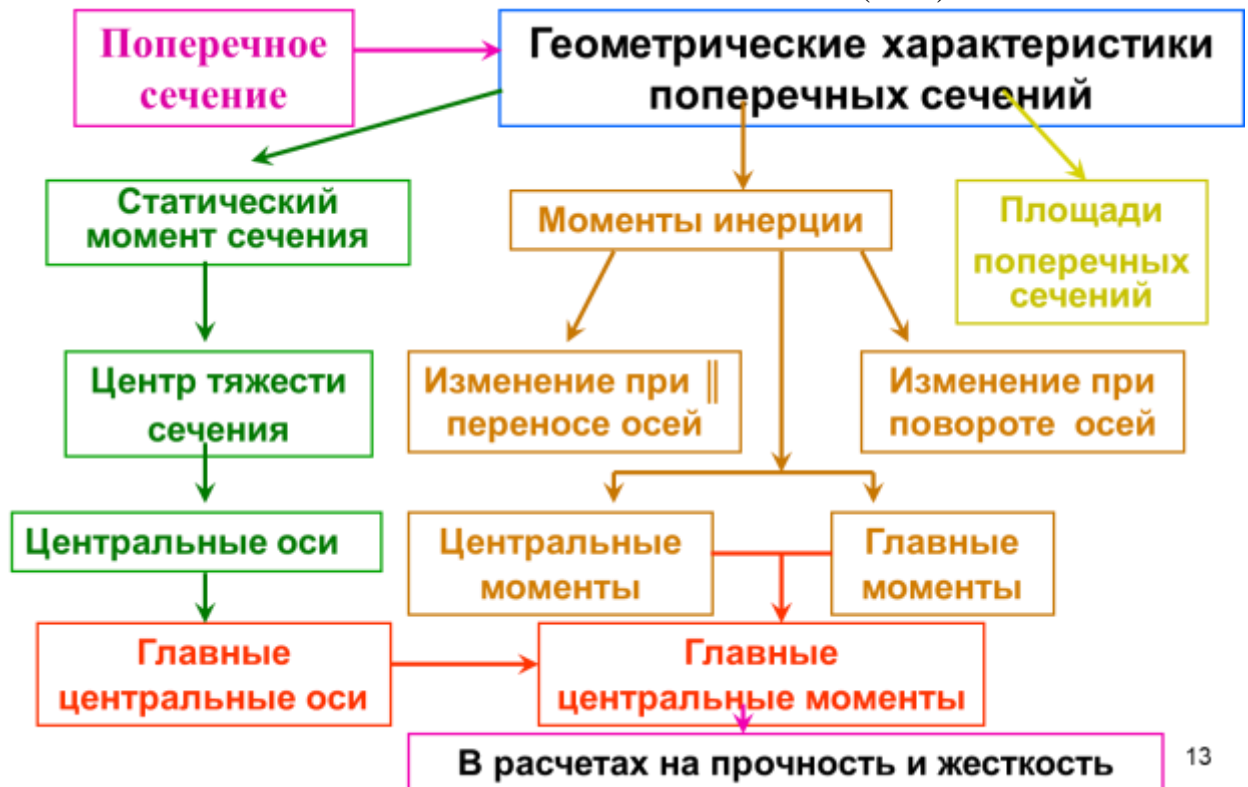
$$I_{x_1} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha - I_{xy} \sin 2\alpha$$

$$\frac{dI_{x_1}}{d\alpha} = -2I_x \cos \alpha \sin \alpha + 2I_y \sin \alpha \cos \alpha - 2I_{xy} \cos 2\alpha = 0$$

Таким образом, главными осями можно считать оси, относительно которых осевые моменты инерции достигают своих экстремальных (максимального и минимального) значений.

Моменты инерции относительно главных осей называются **главными моментами инерции**.

$$I_{\max, \min} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2} \quad (11.9)$$



12. Сдвиг и кручение.

12.1. Напряжение и деформация при сдвиге.

В поперечных сечениях стержня при деформации сдвига действуют только силы сдвига, в то время как другие факторы силы отсутствуют. В этих случаях на стержень действуют две близко расположенные силы, противоположно направленные и равные. В плоскости, расположенной между силами, происходит сдвиг. Например, ножницами резать жестяную банку, проволоку.

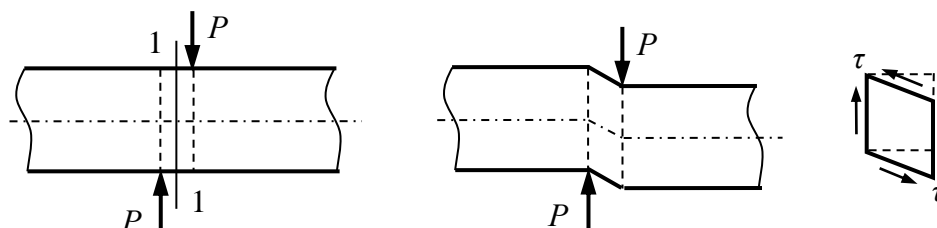


Рис.12.1. Деформация сдвига

Если на ребра элемента, отделенного от деформируемого стержня смещением, воздействуют только приложенные напряжения τ , то происходит чистое смещение. При чистом смещении прямоугольный элемент становится параллелограммом.

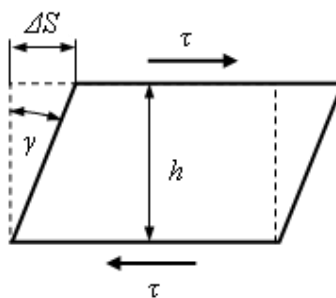


Рис.12.2. Чистый сдвиг

Если одно из ребер неподвижно, то ребро, параллельное ему, смещается на расстояние ΔS , образуя угол смещения γ . Абсолютный сдвиг на ΔS , то есть так называемая абсолютная деформация при сдвиге. С другой стороны, угол смещения γ называется относительным смещением. поскольку угол γ очень мал, его можно записать как

$$\gamma = \operatorname{tgy} = \Delta S / h . \quad (12.1)$$

Экспериментами установлено, что *величина* абсолютного сдвига на границе деформации упругости ΔS прямо пропорциональна силе смещения P , расстоянию h между слоями, а поперечное сечение обратно пропорционально площади F :

$$\Delta S = \frac{P \cdot h}{G \cdot F}. \quad (12.2)$$

где G -модуль сдвига или модуль упругости второго порядка, Па, Н/м².

Величина G выражает способность материала тела сопротивляться сдвигу. Величина угла смещения зависит от материала тела и напряжения τ , поэтому закон Гука можно записать в таком виде

$$\tau = G \gamma. \quad (12.3)$$

Условие прочности при сдвиге

$$\tau = P / F \leq [\tau]; \quad (12.4)$$

где $[\tau]$ - напряжение фиксированного положения, Па.

При деформации сдвига детали конструкции подвергаются срезу и смятию. Сжимающая сила P , действующая на деталь, равномерно распределяется по поверхности соприкосновения F , соответственно напряжение при смятии будет:

$$\sigma_e = P / F. \quad (12.5)$$

Если детали в соединении изготовлены из разных материалов, то в первую очередь проверяется на смятие более мягкий материал.

При растяжении и сжатии также происходит деформации сдвига. Исходя из этого, можно показать связь между модулями E и G :

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}; \quad (12.6)$$

где μ -коэффициент Пуассона.

Расчет заклёпочных соединений на прочность

Задача1.

Две детали соединяются 4-мя заклёпками. Толщина деталей $\delta=10$ мм, $b=150$ мм. Диаметр заклёпок $d=16$ мм. Сила растяжения $P=80000$ Н. Рассчитать соединение на сдвиг и смятие.

Решение.

1. В соединении $i = 4$ количество заклёпок. Каждая заклёпка работает на срез с усилием P/i . Напряжение сдвига в заклёпках:

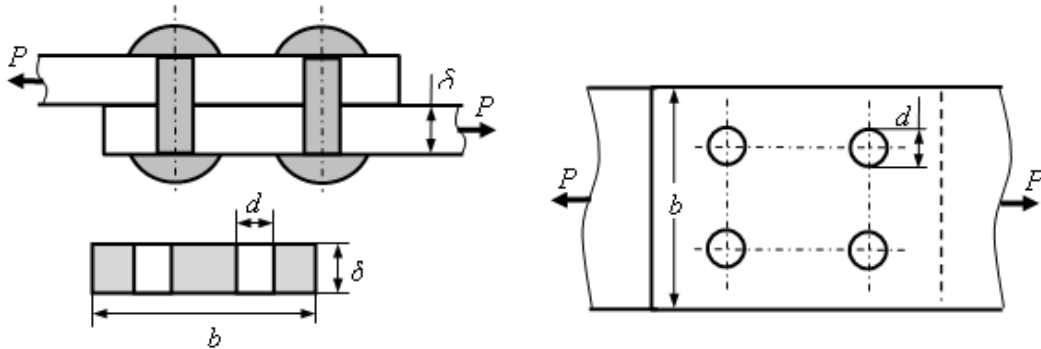


Рис.12.3. Заклёпочное соединение

$$\tau = \frac{P}{i \cdot \pi \frac{d^2}{4}} = \frac{80000}{4 \cdot 3,14 \cdot \frac{16^2}{4}} = 100 \text{ Н / мм}^2.$$

2. Поперечное сечение деталей ослаблена с отверстиями двух заклёпок, поэтому площадь поперечного сечения будет

$$F_n = \delta (b - 2d) = 10 (150 - 2 \times 16) = 1180 \text{ мм}^2.$$

Напряжение растяжения в сечении

$$\sigma = \frac{P}{F_n} = \frac{80000}{1180} = 68 \text{ Н / мм}^2.$$

3. Площадь смятия одной заклёпки

$$F_e = \delta d = 10 \times 16 = 160 \text{ мм}^2.$$

Усилия на срез каждой заклёпки равна $P/4$. Следовательно, напряжение на смятие равно

$$\sigma_s = \frac{P/4}{F_s} = \frac{80000}{4 \cdot 160} = 125 \text{ Н/мм}^2$$

12.2. Кручение. Деформация при кручении. Крутящий момент

Многие детали и конструкции деформируются при кручении.

Например, валы двигателя, редуктора и трансмиссии, полуоси автомобиля, пружины и т. д.

Если в плоскости поперечного сечения стержня действуют пары сил, то стержень работает на кручение, то есть деформируется при кручении. Стержни, работающие на кручение, называются валами.

Рассмотрим вал на которых сидят шкивы A и B .

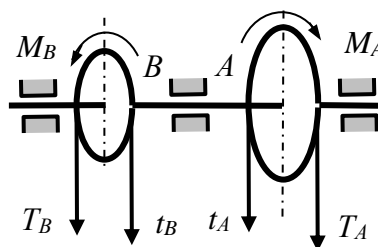


Рис.12.4. Крутящий момент на валу

Через ременные передачи крутящий момент передается от шкива A до шкива B . Крутящий момент, передаваемый на шкив A

$$M_A = (T_A - t_A) R_A ; \quad (12.7)$$

Крутящий момент, на шкиве B

$$M_B = (T_B - t_B) R_B ; \quad (12.8)$$

где T_A и T_B - силы натяжения ремней в ведущих ветвях, H ;

t_A и t_B - силы натяжения в ведомых ветвях ремней, H ;

R_A и R_B - радиусы шкива, m .

Часть вала между шкивами A и B деформируется при кручении.

Внешние крутящие моменты, действующие на вал, называются крутящими моментами. Если известна передаваемая мощность, то крутящий момент определяется как

$$M = P / \omega ; \quad (12.9)$$

где P - передаваемая мощность, $Вт$;

ω - угловая скорость вала, $рад/с$.

Если мощность задана в P ($кВт$), а частота вращения вала - n ($л. с./мин$), то

$$M = 9550 \frac{P}{n} (Нм). \quad (12.10)$$

12.3. Условия натяжения, прочности и жёсткости на кручение

Внутренние силы, возникающие при кручении, называются крутящими моментами. Если крутящий момент направлен по часовой стрелке, то он будет иметь положительный знак, в противном случае - отрицательный.

При кручении поперечные сечения на валу остаются плоскими, а радиусы - прямыми, расстояние между сечениями не меняется, составляющий цилиндр скользит по винтовой линии.

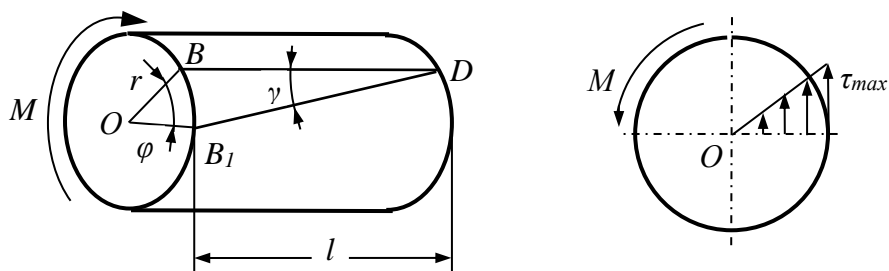


Рис.12.5. Напряжение при кручении

Когда на стержень с радиусом r и длиной L действует момент M , $O-B$ линия сдвигается на угол поворота φ . $B-B_1$ дуга равна

$$r \varphi = l \gamma . \quad (12.11)$$

Угол относительного смещения γ

$$\gamma = \frac{\varphi}{l} \cdot r \quad (12.12)$$

По закону Гука получим

$$\tau = G \cdot \frac{\varphi}{l} \cdot r . \quad (12.13)$$

Поперечная сила

$$Q = \tau F . \quad (12.14)$$

Крутящий момент

$$M = Q r = \tau F r . \quad (12.15)$$

Исходя из Формулы Гука, получаем

$$\tau = \frac{M_a \cdot r}{J_p} ; \quad (12.16)$$

где M_a - крутящий момент, Hm ;

J_p - полярный момент инерции, m^4 .

$$\text{Для вала } J_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \approx 0,1 d^4 . \quad (12.17)$$

Если рассматривать $W_p = J_p / r$, то

$$\tau = \frac{M \cdot r}{J_p} = \frac{M}{W_p} ; \quad (4.18)$$

где $W_p = J_p / r$ - полярный момент сопротивления, m^3 .

$$\text{Для вала } W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \approx 0,2 d^3 . \quad (12.19)$$

Условие прочности вала

$$\tau = \frac{M}{W_p} \leq [\tau]; \quad (12.20)$$

$[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение, *Па*.

При кручении деформация выражается углом закручивания φ :

$$\varphi = \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}; \quad (12.21)$$

где l -длина вала, *м*;

G -модуль упругости второго порядка, *Па*.

Условие жёсткости при кручении

$$\varphi_{\text{ног}} = \frac{M \cdot 1}{G \cdot J_p} \leq [\varphi_{\text{ног}}]; \quad (4.22)$$

где $\varphi_{\text{ног}}$ -угол закручивания, соответствующий длине одного метра, погонный угол, *град*;

$[\varphi]$ - допускаемый погонный угол поворота, *рад*.

12.4. Расчет валов на прочность

Задача 1.

На стержень с круглым сечением, закрепленный левым концом, действуют два M -момента. $d_1 = 60$ мм; $d_2 = 40$ мм. Наибольшее касательное напряжение на первой ступени $\tau_1 = 8000$ Н/см². Определить касательное напряжение на второй ступени τ_2 .

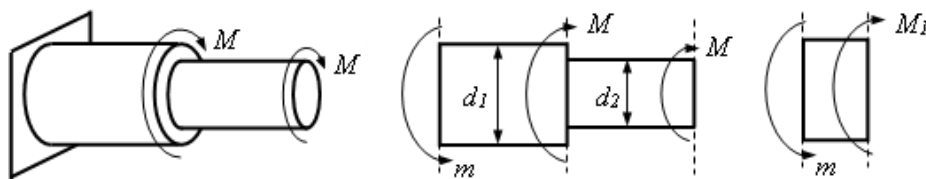


Рис.12.6. Расчетная схема ступенчатого стержня

Решение.

Освобождая стержень от связи, заменяем её моментом реакции m .

Определяем момент реакции:

$$\sum M_x = 0; -m + M + M = 0; m = 2M.$$

Определяем крутящий момент на первой ступени методом сечения:

$$\sum M_{x1} = 0; -m + M_1 = 0; M_1 = m = 2M.$$

Напряжение на первой ступени:

$$\tau_1 = \frac{M_1}{W_p}; W_p = \frac{\pi \cdot d_1^3}{16} = 0,2d_1^3 \quad .$$

Из этого:

$$M_1 = \tau_1 W_p = \tau_1 0,2d_1^3 = 8000 \times 0,2 \times 6^3 = 345600 \text{ Н см.}$$

Определим момент удара:

$$M = M_1 / 2 = 345600 / 2 = 172800 \text{ Н см.}$$

Определим касательное напряжение второй ступени:

$$T = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = \frac{1+\mu}{3E} \sigma^2 = 13500 \text{ Н/см}^2.$$

13.Изгиб.

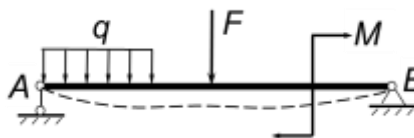
Изгиб - наиболее частый случай нагружения различных систем.

Деформацию изгиба испытывают оси и валы транспортных средств, рельсы, детали машин, механизмов и строительных сооружений.

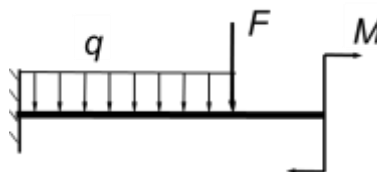
Именно изгиб часто является причиной поломок, разрушений и аварий.

13.1.Основные понятия.

Изгиб - вид деформации, который связан с изменением кривизны бруса под действием поперечных сил и внешних пар.



Брус, работающий на изгиб, называется балкой.

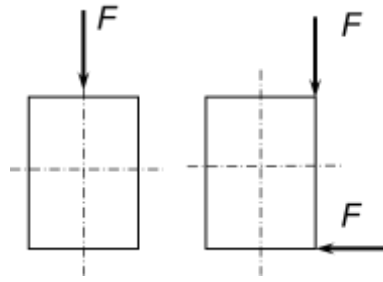


Балка с одним заделанным концом – это консольная балка или консоль.

Если в поперечном сечении действует только изгибающий момент, деформация называется чистый изгиб.

Изгиб от поперечных нагрузок называют поперечным.

Поперечный изгиб может быть плоским прямым или косым изгибом.

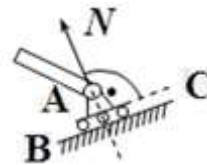


Плоский изгиб происходит в случае, когда силовая плоскость (плоскость действия изгибающего момента) проходит через одну из главных осей инерции.

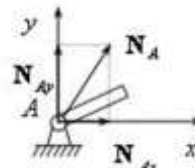
Расчет на изгиб начинается с выбора расчетной схемы

При изгибе для закрепления балки, в основном, используются следующие связи:

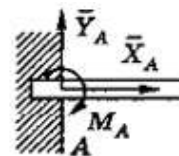
1. Шарнирно-подвижная опора;



2. Шарнирно-неподвижная опора



3. Жесткая заделка



13.2. Внутренние усилия при изгибе.

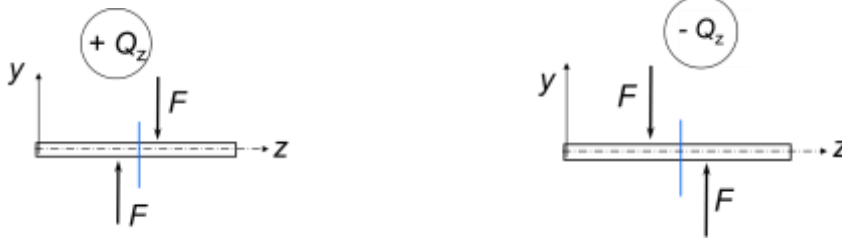
При действии внешних силовых факторов в каждом поперечном сечении балки возникают внутренние усилия: поперечные силы и изгибающие моменты. Для их нахождения используется метод сечений.

Систему внешних сил можно выразить через главный вектор, равный сумме внешних сил и главный момент, равный сумме моментов внешних сил относительно центра сечения.

Изгибающий момент M_z в любом сечении равен алгебраической сумме моментов всех сил, действующих по одну сторону от сечения балки относительно центра тяжести сечения.

Поперечная сила Q_z в любом сечении равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, приложенных с одной стороны от сечения на ось в плоскости сечения, перпендикулярную к продольной оси балки.

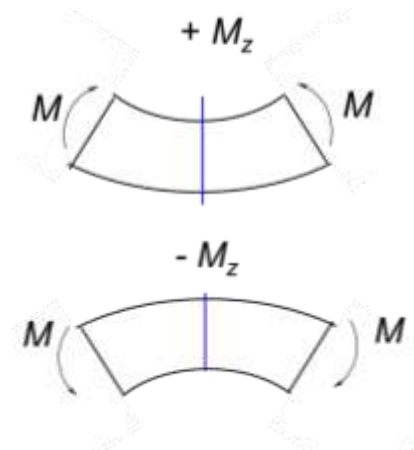
Правило знаков



Поперечная сила считается положительной, если она сдвигает левую часть балки от сечения вверх, а правую – вниз. В противном случае поперечная сила отрицательна.

Изгибающий момент в сечении считается положительным, если он изгибает балку выпуклостью вниз: сжатые волокна сверху.

При изгибе балки выпуклостью вверх изгибающий момент считается отрицательным.



13.3. Построение эпюры поперечной силы и изгибающего момента.

Порядок построения эпюр.

1. Балка вычерчивается в выбранном масштабе с указанием размеров и нагрузок;
2. Определяются реакции с обязательной проверкой;
3. Балка разбивается на отдельные участки со своим законом нагружения;
4. Балка разбивается на отдельные участки со своим законом нагружения;
5. Вычисляют ординаты Q_z и M_z по составленным для участков уравнениям;

6. Строят в принятом масштабе эпюры Q_z и M_z , откладывая вверх от оси балки положительные значения, вниз - отрицательные.

Задача 1.

Консольная балка крепится к шарнирно-неподвижным и шарнирно-подвижным опорам, имеет прямоугольное поперечное сечение высотой $h=0,2$ м и шириной $b=0,1$ м (рис.5.1). На балку действует поперечная сила $P=3T$ кН, равномерно распределенная сила $q=2T$ кН/м и изгибающие моменты $M=T$ кН м, $a=1$ м.

Требуется определить:

- 1) постройте эпюры поперечной силы и изгибающего момента;
- 2) определить нормальные и касательные напряжения в наиболее опасном сечении балки.

Решение.

- 1) Освобождаем балку от опор, заменяя их силами реакции: R_B и R_D . Составим уравнения равновесия и определим реакции опор.

Сумма моментов относительно точки B :

$$\Sigma M_B = 0; -qa0,5a + q2aa - P2a - R_D4a - M = 0;$$

$$R_D = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \leq \frac{\sigma_{ок}}{\kappa} = [\sigma] \kappa H$$

знак " - " означает, что реакция R_D направлена в противоположном направлении по отношению к выбранному направлению силы.

Сумма моментов относительно точки D :

$$\Sigma M_D = 0; -q3a(1,5a + 2a) + R_B4a + P2a - M = 0;$$

$$R_B = \frac{+q3a3,5a - 2Pa + M}{4a} = \frac{10,5qa^2 - 2Pa + M}{4a} = \frac{21T - 6T + T}{4} = 4T \text{ кН}$$

Проверяем правильность опорных реакций:

$$-q3a + R_B + P + R_D = -6T + 4T + 3T - T = 0.$$

Это означает, что опорные реакции определены правильно.

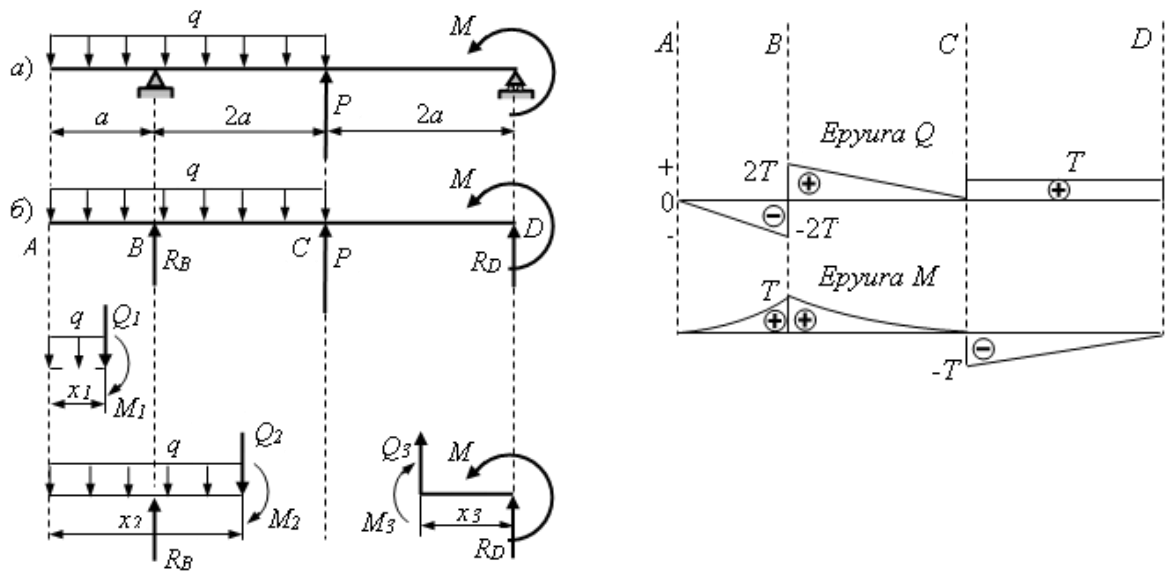


Рис.13.1.Определение поперечных сил и изгибающих моментов

2) разделим балку на 3 участка: AB , BC , CD .

На первом участке AB разрезаем балку и убираем правую сторону. Чтобы левая сторона оставалась в равновесии, на плоскость сечения прикладывают поперечную силу Q_1 и изгибающий момент M_1 . Составим уравнения равновесия для левой части:

$$\sum Y_1 = 0; -qx_1 - Q_1 = 0; Q_1 = -qx_1; 0 < x_1 < a;$$

$$Q_{1A} = 0, \text{ когда } x_1 = 0; Q_{1B} = -2Ta = -2T \text{ кН, когда } x_1 = a;$$

$$\sum M_1 = 0; -qx_1 \cdot 0,5x_1 + M_1 = 0; M_1 = qx_1 \cdot 0,5x_1 = 0,5qx_1^2; 0 < x_1 < a;$$

$$M_{1A} = 0, \text{ когда } x_1 = 0; M_{1B} = T \text{ кНм, когда } x_1 = a.$$

То же самое для 2 -участка BC :

$$\sum Y_2 = 0; -qx_2 + R_B - Q_2 = 0; Q_2 = R_B - qx_2; a < x_2 < 2a$$

$$\text{когда } x_2 = a, Q_{2B} = R_B - qa = 4T - 2T = 2T \text{ кН; когда } x_2 = 2a, Q_{2C} = 4T - 4T = 0;$$

$$\sum M_2 = 0; -qx_2 \cdot 0,5x_2 + R_B(x_2 - a) + M_2 = 0; M_2 = 0,5qx_2^2 - 4T(x_2 - a); a < x_2 < 2a;$$

$$M_{2B} = T \text{ кНм, когда } x_2 = a; M_{2C} = 4T - 4T = 0, \text{ когда } x_2 = 2a.$$

для 3-участка CD :

$$\sum Y_3 = 0; R_D + Q_3 = 0; Q_{3C} = Q_{3D} = -R_D = T \text{ кН;}$$

$$\sum M_3 = 0; M_3 - R_D x_3 - M = 0; M_3 = R_D x_3 + M; 0 < x_3 < 2a;$$

$$M_{3D} = M = T, \text{ когда } x_3 = 0; M_{3C} = -2T + T = -T \text{ кНм, когда } x_3 = 2a.$$

3) По значениям $Q_1, \dots, Q_3, M_1, \dots, M_3$ построим эпюры поперечной силы и изгибающего момента.

Расчет на прочность деталей машин

Задача 2.

На рычаг амортизатора танка передается нагрузка $P=12 \times 10^4 \text{ Н}$. Рычаг изготовлен из стали 38ХС (хром, кремний). $l=215 \text{ мм}$; $d=62 \text{ мм}$; $D=112 \text{ мм}$; $b=30 \text{ мм}$. Определить запас прочности.

Решение.

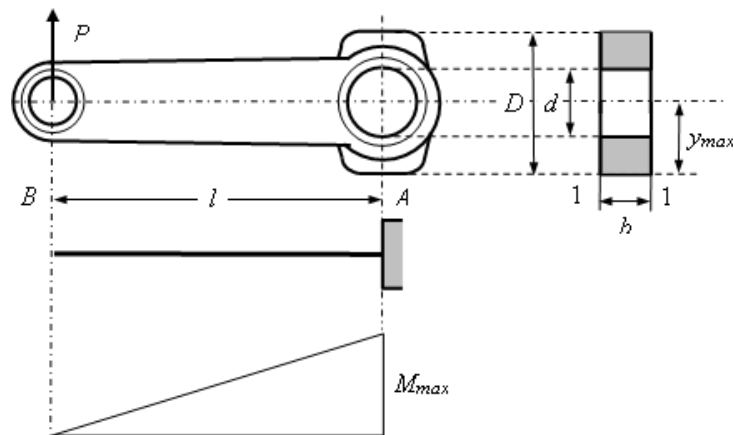


Рис.13.2. Рычаг амортизатора

1. Рычаг работает как консольная балка. Крутящий момент в опасном сечении A :

$$M_{x\max} = P l = 12 \times 10^4 \times 0,215 = 25800 \text{ Нм}.$$

Строим эпюру моментов. Момент в точке B $M_b=0$;

А в точке A — $M_a = M_{x\max} = 25800 \text{ Нм}$.

2. Опасное сечение A рассматривается как ослабленный прямоугольник. Момент инерции относительно оси определяется по формуле

$$I_x = \sigma_x = \frac{M_x}{J_x} \cdot y, 9 \times 10^6 \text{ мм}^4$$

Определим растягивающее напряжение, максимальные значения которых возникают в крайних точках опасного сечения $I-I$

При $u_{\max}=56 \text{ мм} = 56 \times 10^{-3} \text{ м}$:

$$J_x = \frac{b \cdot h^3}{12} \text{ Н/мм}^2 = 500 \text{ МПа}.$$

3. Определим предельное напряжение σ_{ch} . Для стали 38ХС относительное остаточное удлинение $\delta=12\%$, а предел прочности $\sigma_m=950 \text{ МПа}$. поскольку $\delta=12\% < 15\%$, сталь 38ХС относится к хрупким пластичным материалам, поэтому для этой стали это будет $\sigma_{ch}=\sigma_m = 950 \text{ МПа}$.

4. Определяем запас прочности:

$$y = \frac{h}{2}.$$

Практика использования показывает, что разрушение рычага происходит очень редко, даже когда это происходит в расчетном сечении.

14. Сложное сопротивление.

14.1. Понятия о теории прочности

В машинах многие детали подвергаются сложной нагрузке. При этом в происходит изгиб в двух плоскостях, косой изгиб, нецентрального растяжение или сжатие, изгиб с растяжением или сжатием, изгиб и кручение.

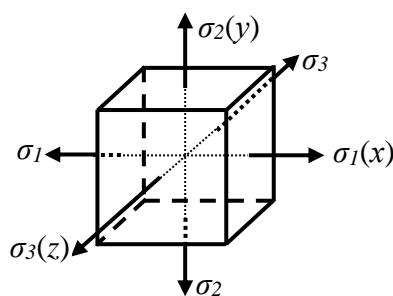


Рис.14.1. Сложное напряжённое состояние

В случаях сложного сопротивления воздействие внешних сил не проходит через основные плоскости балки. В этих случаях возникает сложное напряжённое состояние. Условие прочности при сложном напряжении оценивается теориями прочности. Рассмотрим основные четыре теории прочности.

Первая теория прочности – это теория наибольшего нормального напряжения (Галилей). Согласно этой теории, разрушение детали при сложном напряжении начинается только при выполнении следующего условия:

для хрупких материалов $\sigma_1 = \sigma_m$;

для пластичных материалов $\sigma_1 = \sigma_{оқ}$.

где σ_m – предел прочности при линейном напряжении;

$\sigma_{ог}$ -предел текучести.

Условие устойчивости в общем случае:

$$\sigma_1 = \sigma_m / k \text{ или } \sigma_1 = [\sigma] \quad (14.1)$$

где k -коэффициент запаса;

$[\sigma]$ - допустимое напряжение.

В экспериментах установлено, что первая теория подходит для хрупких материалов. Однако для пластичных материалов эта теория неверна.

Вторая теория прочности-теория наибольшей относительной деформации (Мариот). Опасное состояние детали при сложном напряжении начинается, когда ее относительная деформация достигает наибольшей деформации:

$$M_x = \frac{q \cdot l^2}{2} \quad (14.2).$$

В случае линейного напряжения:

$$\varepsilon_{max} = \sigma_m / E \quad (14.3)$$

где E -модуль упругости при растяжении.

Если модуль упругости одинаков для объемного и линейного состояний напряжения, то условие прочности будет следующим:

$$\Sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) = \varepsilon_{max} E \leq [\sigma] \quad (14.4).$$

Эта теория является приближительной и не учитывает структуру реальных материалов.

Третья теория прочности – теория максимального касательного напряжения (Кулон).

Максимальное касательное напряжение при объемном напряжении

$$\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2 \quad (14.5);$$

при случае линейного напряжения:

$$\tau_{max} = \sigma_1 / 2 \quad (14.6).$$

Отсюда условие прочности третьей теории:

$$\tau_{max} \leq [\tau] \quad (14.7);$$

где $\sigma_y = \frac{M_y}{J_y} \cdot x$.

Основное условие прочности:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\tau] \quad (14.8).$$

Недостатком этой теории (как и первой и второй теорий) является то, что в ней не учитывается структура материала детали.

Четвертая теория прочности – предельное напряжённое состояние наступает, когда удельная потенциальная энергия деформации, затраченная на изменение формы тела, достигает предельной величины для материала.

Для изменения формы сложного напряжённого состояния требуется удельная потенциальная энергия равная:

$$T = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = \frac{1+\mu}{3E} \sigma^2 \quad (14.9).$$

Если считать $\sigma = \sigma_{ок}/k = [\sigma]$ – то условие прочности будет иметь следующий вид :

$$\sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \leq \frac{\sigma_{ок}}{k} = [\sigma] \quad (14.10).$$

Четвертая теория также имеет недостатки. Например, в этой теории не учитывается структурная особенность материала детали, упругие изменения объема детали.

Представленные теории имеют определенные недостатки. Не была создана единая теория прочности, учитывающая свойства и состояние напряжения при износе материала.

14.2. Изгиб в двух плоскостях

В случае изгиба в двух плоскостях стержень одновременно подвергается двум видам деформации, при этом его материал работает на сложное сопротивление.

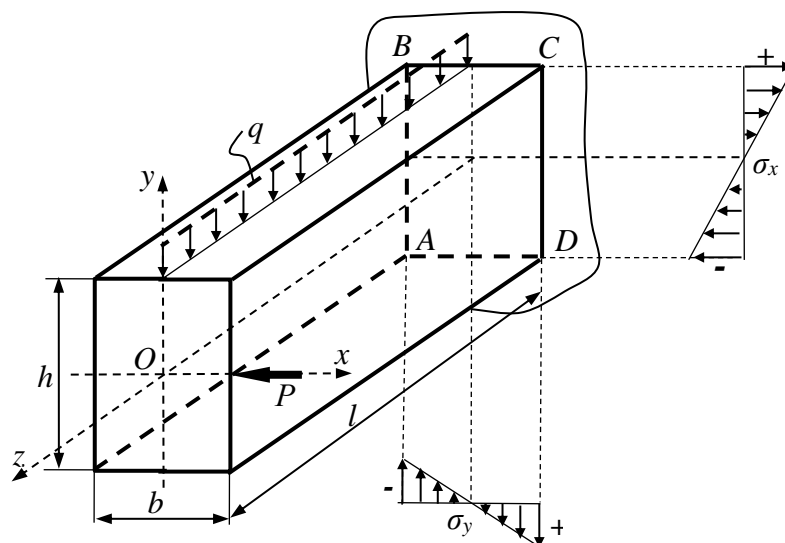


Рис.142. Изгиб балки в двух плоскостях

Рассмотрим изгиб балки в двух плоскостях закреплённую по сечению $ABCD$.

Пусть балка предварительно нагружена распределённой нагрузкой q , например собственным весом. Эта нагрузка создает плоский изгиб в плоскости YOX . Стороны BC и AD опасного сечения $ABCD$ будут иметь опасные точки. В точках края BC образуется напряжения растяжения (+)

$$\sigma_x = \frac{M_x}{J_x} \cdot y; \quad (14.11)$$

где $J_x = \frac{b \cdot h^3}{12}; \quad y = \frac{h}{2}; \quad M_x = \frac{q \cdot l^2}{2}.$

В точках края AD образуется напряжение сжатия (-) одинаковой величины.

Во втором случае пусть в плоскости XOZ балка нагружена силой P . Даже в этом случае опасным сечением будет $ABCD$. В точках на кромке CD образуются максимальные растягивающие (+) напряжения, а в точках на кромке AB - напряжения сжатия (-). Эти напряжения определяются по формуле:

$$\sigma_y = \frac{M_y}{J_y} \cdot x; \quad (14.12)$$

здесь $J_y = \frac{h \cdot b^3}{12}; x = \frac{b}{2}; M_y = P \cdot l.$

При одновременном воздействии на балку нагрузок q и P опасными точками в сечении $ABCD$ будут точки C и A , так как от обоих изгибов в них образуются одинаковые по значению напряжения.

Суммарное напряжение растяжения в точке C

$$\sigma_C = \frac{M_x}{J_x} \cdot y_C + \frac{M_y}{J_y} \cdot x_C . \quad (14.13)$$

А в точке A образуется суммарное напряжение сжатия.

В опасных точках будут максимальные напряжения σ_{max} .

Условие прочности при изгибе в двух плоскостях

$$\sigma_{max} \leq [\sigma] . \quad (14.14)$$

14.3. Изгиб с кручением

На практике в большинстве случаев встречается комбинированный эффект кручения с изгибом. Например, когда на вал действует вращающая и изгибающая сила.

Рассмотрим вал, на который крепится зубчатое колесо. Через колесо передается вращающая сила P . Вращающая сила создает крутящий момент M_b и изгибающий момент M_e .

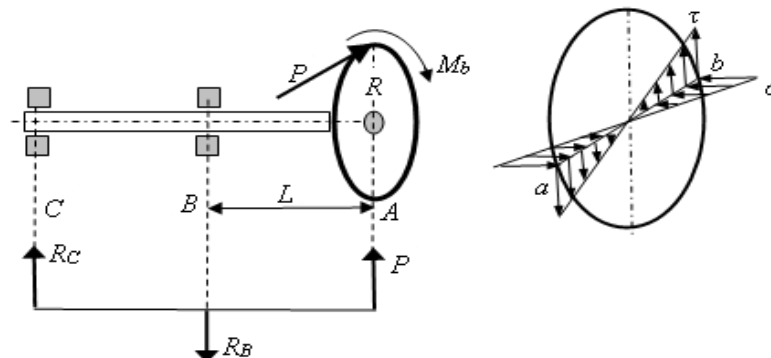


Рис.14.3. Совместный эффект изгиба и кручения.

В поперечных сечениях вала образуются нормальные σ и касательные напряжения τ :

$$\sigma = M_e / W ; \tau = M_b / W_r . \quad (14.15)$$

Наибольшие напряжения будут на поверхности вала (точки a и b).

Условие прочности при изгибе с кручением

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma] . \quad (14.16)$$

Это называется приведенным или эквивалентным напряжением.

Если подставить выражения σ и τ , то получим

$$\sqrt{\left(\frac{M_e}{W}\right)^2 + 4\left(\frac{M_b}{W_p}\right)^2} \leq [\sigma]. \quad (14.17)$$

$W_p = 2W$ для круглого сечения вала, поэтому

$$\frac{1}{W} \sqrt{M_e^2 + M_b^2} \leq [\sigma]. \quad (14.18)$$

$\sqrt{M_e^2 + M_b^2}$ величина называется приведенным или эквивалентным крутящим моментом.

В каком бы сечении эквивалентный крутящий момент не был максимальным, это сечение вала является наиболее опасным. Чтобы определить такое сечение, необходимо построить эпюру указанных моментов. Если изгибающие силы действуют в разных плоскостях, то каждую силу делят на горизонтальную и вертикальную составляющие. Затем строятся эпюры изгибающих моментов вертикального M_v и горизонтального M_g . По значениям M_v и M_g определяется общий изгибающий момент и строится эпюра:

$$M_e = \sqrt{M_v^2 + M_g^2} \quad (14.19)$$

Условие прочности будет следующим: $\frac{1}{W} \sqrt{M_e^2 + M_g^2 + M_b^2} \leq [\sigma]$ (14.20)

Расчет деталей машин при сложном сопротивлении

Расчет валов при изгибе и кручении

Задача 1.

Шкив с весом $P_v=5$ кН и диаметром $d_{sh}=a$ установлен на валу. Вал приводится в движение электродвигателем. На вал действует горизонтальная сила $P_g=9$ кН, а крутящий момент $M_b=18$ кН см. $a=120$ см. Допускаемое напряжение $[\sigma]=5$ кН/см². Определите диаметр вала.

Решение.

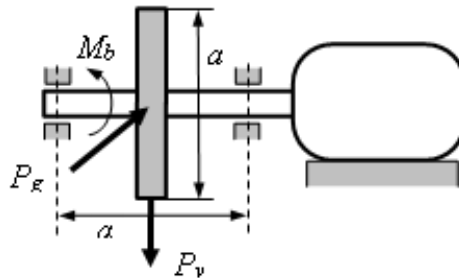


Рис.14.4. Расчет вала

1. Так как, горизонтальные P_g и вертикальные P_v силы действуют в одном сечении, то равнодействующая определяется следующим образом

$$P = \sqrt{P_g^2 + P_v^2} = \sqrt{9^2 + 5^2} = 10,3 \text{ кН.}$$

Максимальный изгибающий момент от равнодействующей силы будет в середине вала:

$$M_e = P a / 2 = 10,3 \times 120 / 2 = 618 \text{ кН см.}$$

Эквивалентный момент

$$M_{ek} = \sqrt{M_e^2 + M_b^2} = \sqrt{618^2 + 18^2} = 618,3 \text{ кНм.}$$

Условие прочности

$$\frac{M_{ek}}{W} \leq [\sigma] ; W = 0,1 d^3.$$

Отсюда определяется диаметр вала

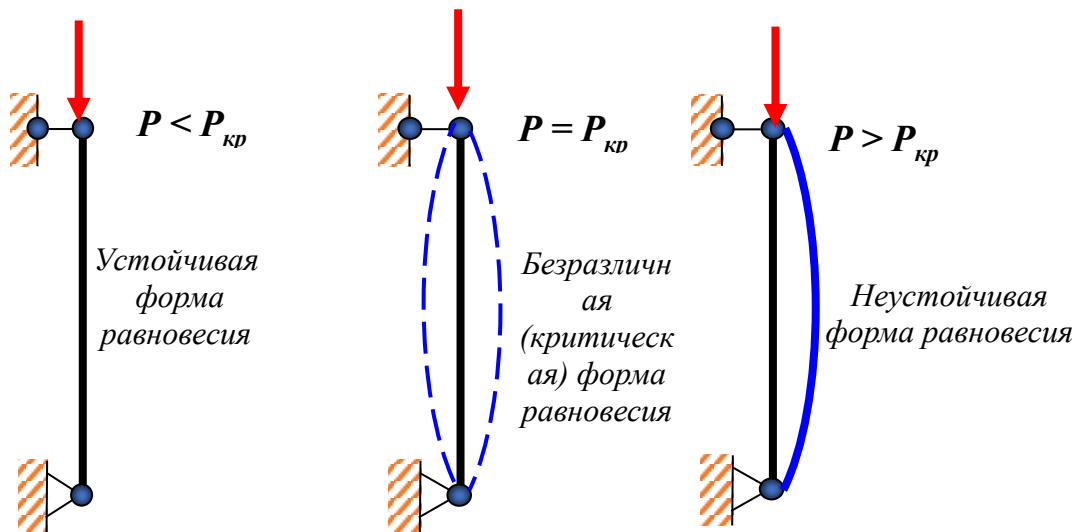
$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{ek}}{0,1 \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{618,3}{0,1 \cdot 5}} = 10,7 \text{ см} \approx 11 \text{ см.}$$

15. Устойчивость сжатых стержней.

После начала использования стали при построении инженерных сооружений вопросы устойчивости гибких сжатых стержней и тонкостенных конструкций получили большое практическое значение.

В системе, находящейся в деформированном состоянии, равновесие между внешними нагрузками и вызываемыми ими внутренними силами упругости может быть устойчивым, неустойчивым и безразличным.

Центрально приложенная сжимающая сила, превышение которой вызывает потерю устойчивости первоначальной формы равновесия тела, называется критической силой.



15.1-рис. Устойчивость сжатых стержней

Неустойчивая форма равновесия связана с неограниченным ростом деформаций и напряжений, поэтому при превышении сжимающей силой ее критического значения конструкция разрушается.

Для обеспечения определенного запаса устойчивости необходимо выполнение условия: $P \leq [P]$ (15.1)

где: P - сжимающая сила;

$$[P] = \frac{P_{кр}}{n_y} \text{ - допускаемая нагрузка;}$$

$P_{кр}$ - критическая сила;

n_y - коэффициент запаса устойчивости.

Продольным изгибом называется изгиб стержня, вызванный потерей устойчивости прямолинейной формы его равновесия.

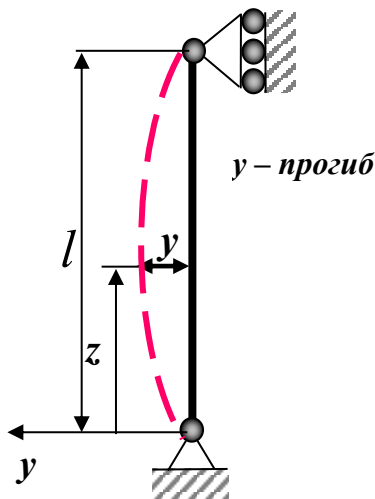
При потере устойчивости прогиб произойдет перпендикулярно к оси наименьшей жесткости стержня.

Рассмотрим прямой стержень постоянного сечения с шарнирно-закрепленными концами под действием продольной центрально приложенной силы P .

Дифференциальное уравнение упругой линии стержня имеет вид:

$$y'' = \frac{M_x(z)}{EI_x} \quad \text{или} \quad EI_{min} y'' = M_x(z) \quad \text{или} \quad M_x(z) = -P \cdot y \quad (15.2)$$

Условимся считать момент отрицательным для удобства дальнейших рассуждений



$$EI_{min} y'' = -P \cdot y$$

$$y'' = -\frac{P \cdot y}{EI_{min}}$$

$$k^2 = \frac{P}{EI_{min}}$$

$$y'' = -k^2 y$$

$$y'' + k^2 y = 0$$

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{l^2} \quad (15.3)$$

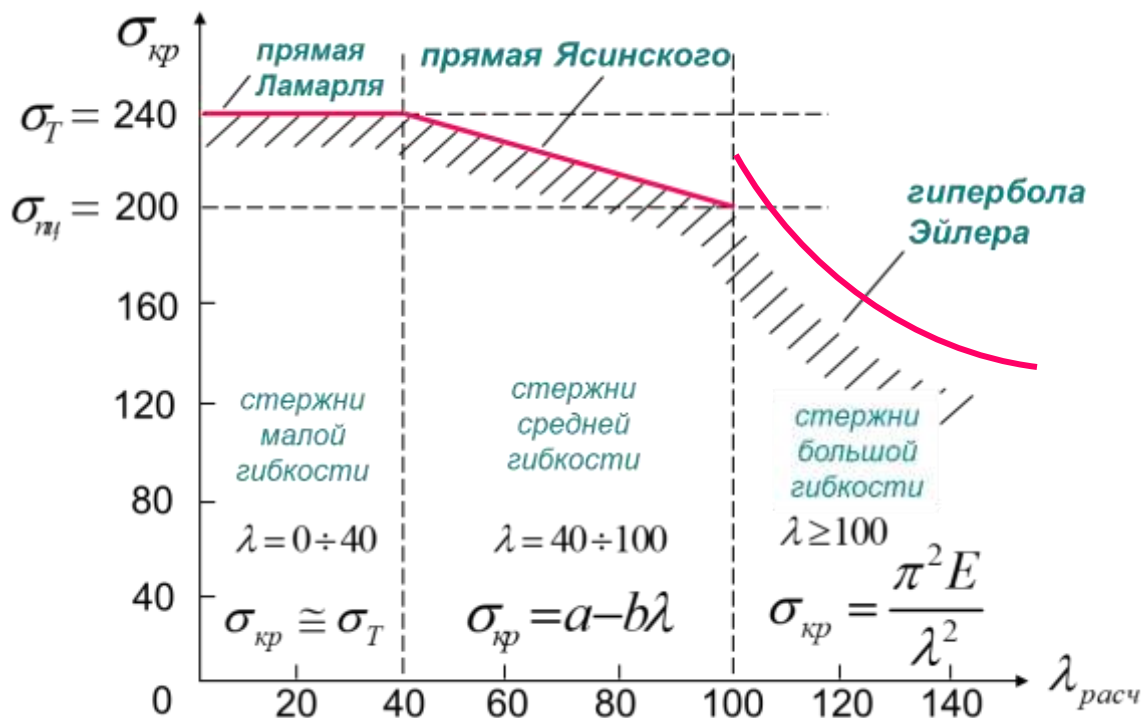
$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{(\mu l)^2}$$

критическая сила (сила Эйлера).

Формула Эйлера применима для сжатого стержня лишь при условии, что его расчетная гибкость не менее (больше или равна) предельной гибкости

$$\lambda_{расч} \geq \lambda_{пр} \quad \lambda_{пр} \geq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{нч}}} \quad (15.4)$$

Предельная гибкость при которой применима формула Эйлера.



15.2-рис.

Для продольно сжатых стержней кроме условия прочности должно выполняться условие устойчивости:

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq [\sigma_y] \quad [\sigma_y] = \frac{\sigma_{кр}}{[n_y]} \quad (15.5)$$

допускаемое напряжение

при расчете на устойчивость.

$[n_y]$ - коэффициент запаса устойчивости, различен для различных материалов, зависит от гибкости стержня.

$$[n_y] \geq n_T \quad [\sigma_y] = \varphi[\sigma] \quad (15.6)$$

φ - коэффициент продольного изгиба (коэффициент уменьшения основного допускаемого напряжения), справочная величина, зависящая от материала стержня и его гибкости.

Условие устойчивости: $\sigma = \frac{P}{F} \leq \varphi[\sigma] \quad (15.7).$

Условие прочности: $\sigma = \frac{P}{F} \leq [\sigma] \quad (15.8).$

16. Местные и контактные напряжения

16.1. Циклическая нагрузка. Усталость металла (усталость).

В рабочих условиях большинство деталей подвергаются циклически меняющимся напряжениям во времени. От изменения нагрузки, от изменения поперечного сечения по сравнению с постоянной нагрузкой, напряжения изменяются в деталях. Например, шток, стержни периодически растягиваются и сжимаются. Постоянная сила, действующая на вращающуюся ось, заставляет ось изгибаться. При опасном сечении возникает изгибающий момент $M_x = Pl$.

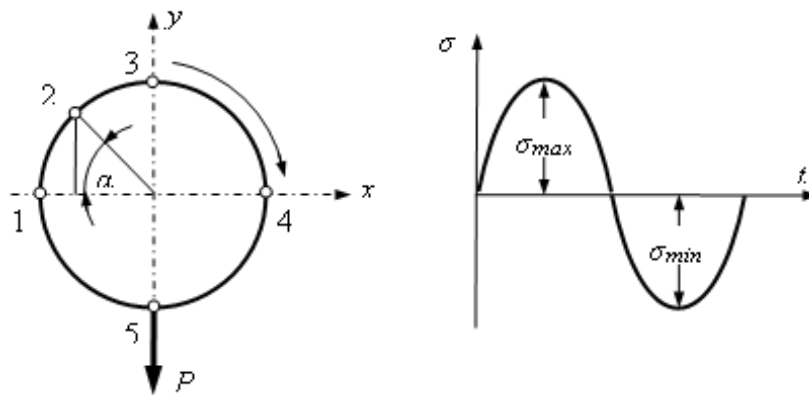


Рис.16.1. График изменения нагрузки и напряжения оси

Если проверяемая точка на сечении вала находится в положении 1, то нормальные напряжения равны нулю, так как она расположена на нейтральной оси. При вращении оси точка перемещается в положение 2, и в ней создается следующее напряжение:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} \cdot y ; \quad (16.1)$$

где J_x -момент инерции поперечного сечения по оси;

y -расстояние от нейтральной линии до точки.

Поскольку $y = r \sin \alpha$ и $W_x = J_x / r$:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} \cdot r \cdot \sin \alpha = \frac{M_x}{W_x} \cdot \sin \alpha. \quad (16.2)$$

Когда ось вращается один раз, напряжение изменяется по закону синуса и имеет разные значения.

Изменения напряжения за один период вращения оси называется циклом. Силы растяжения будут положительными, а силы сжатия – отрицательными.

Описания циклов включают:

- максимальное напряжение σ_{max} ; минимальное напряжение σ_{min} ;

– среднее напряжение $\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$;

- амплитуда цикла $\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$;

- коэффициент асимметрии $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$.

При определении всех характеристик напряжений учитываются их знаки.

Если $\sigma_{min} = -\sigma_{max}$ и $R = -1$, то цикл считается симметричным;

если $\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$, то цикл считается асимметричным;

если $\sigma_{min} = 0$ и $R = 0$, то цикл будет пульсирующим.

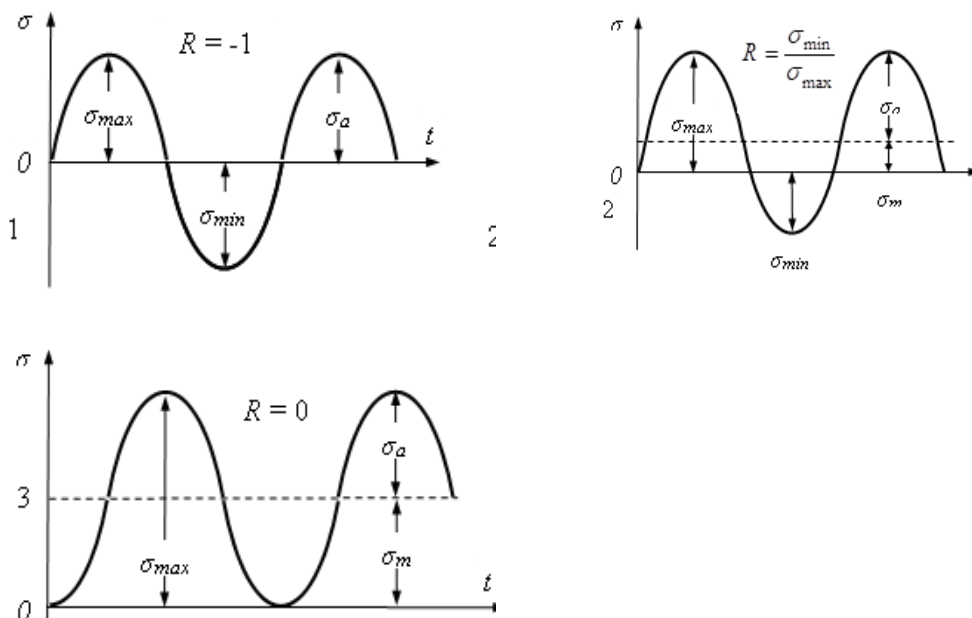


Рис.16.2. Циклы напряжений: 1-симметричный; 2-асимметричный; 3- пульсирующий

Когда детали подвергаются воздействию постоянно меняющихся напряжений, они разрушаются не достигшими предела прочности или текучести напряжениями. Такое разрушение называется усталостью металла (усталостью).

Чтобы оценить, насколько деталь выдерживает усталость, вводится понятие, называемое долговечностью или циклической прочностью.

Для проверки на выносливость используются специальные станки. В таких машинах напряжение равно $3 \times 10^3 / 3 \times 10^4$ числа циклов в минуту.

Количество циклов, которые образец или деталь выдерживает без разрушения, называется базовым числом циклов N_b . Наибольшее напряжение по абсолютному значению, которое выдерживает базовое число циклов N_b без разрушения, называется пределом сопротивления. Предел допустимой выносливости определяется как

$$[\sigma_R] = \sigma_P / n. \quad (16.3)$$

где σ_P – предел прочности, Па;

R -коэффициент асимметрии;

n -коэффициент запаса.

Индекс R показывает, по какому асимметричному коэффициенту установлен предел выносливости. Например, σ_{-1} , σ_0 -пределы выносливости симметричны $R=-1$ и пульсация $R=0$ для циклов.

Для любого материала экспериментальным испытанием устанавливаются пределы прочности: σ_{ch} – предел прочности; σ_{-1} , τ_{-1} , σ_{-1ch} – пределы прочности на изгиб, кручение и растяжение для симметричных циклов.

Пределы прочности для сталей примерно следующие можно определить по выражениям

$$\sigma_{-1} = (0,4 \dots 0,5) \sigma_{ch}; \tau_{-1} = (0,5 \dots 0,6) \sigma_{-1}; \sigma_{-1ch} = (0,7 \dots 0,8) \sigma_{-1}. \quad (16.4)$$

Причины разрушения от усталости кроются в появлении микротрещин в различных дефектных (дефектных) местах поверхностного слоя металла. От воздействия многократно повторяющихся нагрузок микротрещины увеличиваются в размерах. Когда микротрещины достигают критического размера, они вызывают разрушение детали.

На долговечность деталей влияют следующие основные факторы:

Форма детали. В местах изменения формы детали появляются концентрация напряжений.

Размеры деталей. С увеличением размеров деталей предел прочности уменьшается.

Технология обработки. Долговечность деталей зависит от вида механической обработки. Шлифовка и полировка увеличивают долговечность.

Для повышения усталостной прочности металлов необходимо принять следующие меры:

1. Материалы должны быть однородны, в противном случае образуются источники, вызывающие концентрацию напряжения.

2. В деталях не должно быть резких переходов, провоцирующих концентрацию напряжений.

3. Поверхности деталей необходимо отшлифовать. Когда есть небольшая царапина, оттуда образуются усталостные трещины. Поверхность детали упрочняется различными технологическими способами (термообработка, закалка и др.).

17. Прочность при переменных напряжениях.

17.1. Динамическая нагрузка. Динамические коэффициенты.

В деталях машины возникают ударные, вибрационные, вибрационные, многократные и быстро меняющиеся напряжения. Любая нагрузка, деформация или возникновение значительного ускорения детали во время движения, называется динамической нагрузкой. К динамическим нагрузкам относятся, например, силы инерции, возникающие при поступательном или вращательном неравномерном движении, периодически изменяющиеся и действующие (ударные) краткосрочные нагрузки.

Для оценки прочности неравномерно движущихся конструкций используется принцип Даламбера. Исходя из этого принципа, любое движущееся тело можно рассматривать как неподвижное и находящееся в состоянии мгновенного равновесия. В этом случае, прибавляя силы инерции к

заданным нагрузкам, действующим на тело, расчет выполняется так же, как и для статической нагрузки.

Сила инерции материальной точки равна массе и ее произведению на ускорение и направлена противоположно ускорению: $P=ma$. При больших ускорениях силы инерции достигают гораздо большего значения, и их обязательно нужно учитывать при расчете.

Рассмотрим процесс подъема груза P с равномерным ускорением.

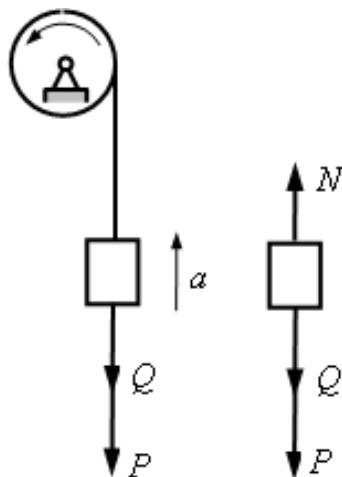


Рис.17.1. Нагрузки и внутренние силы в сечении троса

Если ускорение направлено вверх, то сила инерции направлена вниз и равна

$$P = m a = \frac{Q}{g} \cdot a ; \quad (17.1)$$

где Q —статическая нагрузка-сила тяжести, H ;

g -ускорение свободного падения, $м/с^2$.

Используя метод поперечного сечения, получаем

$$N = Q + P = Q + \frac{Q}{g} \cdot a = Q \cdot \left(1 + \frac{a}{g}\right) . \quad (17.2)$$

Динамическое напряжение в сечении троса

$$\sigma_d = \frac{N}{F} = \frac{Q}{F} \cdot \left(1 + \frac{a}{g}\right) ; \quad \sigma_d = \sigma_s \cdot \left(1 + \frac{a}{g}\right) ; \quad (17.3)$$

где F -площадь поперечного сечения троса, $м^2$;

σ_s - Q статическая сила, которая возникает в поперечном сечении троса ,

Па.

Если $a=g$, то $\sigma_d=2g$ - вес груза удваивается.

При спуске груза

$$\sigma_d = \sigma_s \cdot \left(1 - \frac{a}{g}\right). \quad (17.4)$$

Если $a=g$, то $\sigma_d=0$ – нагрузка находится в состоянии свободного спуска, трос не тянет, он спускается с грузом.

Удар-взаимодействие тел-явление мгновенного изменения. При ударных нагрузках кинетическая энергия движения тел превращается в потенциальную энергию упругой деформации тел.

Рассмотрим растягивающий удар. P груз падает с высоты h и ударяется о препятствие.

Стержень AB растягивается и удлиняется на динамическую величину u_d . При статическом воздействии груза P статическое удлинение y_s будет меньше, чем динамическое удлинение y_d . Когда груз P падает с высоты h , выполняется работа Ph , а при ударе выполняется работа Pu_d .

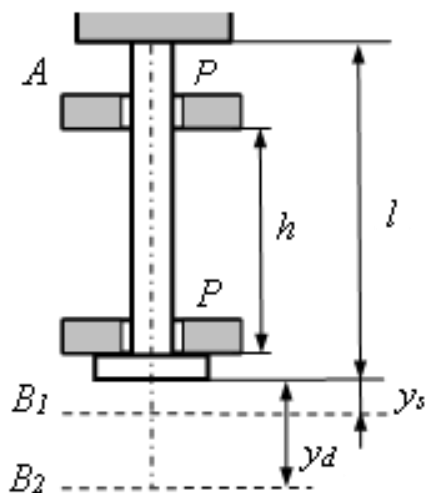


Рис.17.2. Растягивающий удар

Вся работа, которую выполняет груз

$$P h + P y_d = P (h + y_d). \quad (17.5)$$

Эта работа затрачивается на деформацию стержня, то есть на растяжение. С другой стороны, растяжение равно: $\frac{y_d^2 \cdot E \cdot F}{2 \cdot l}$ Итак, мы формируем следующее уравнение

$$P(h + y_d) = \frac{y_d^2 \cdot E \cdot F}{2 \cdot l}. \quad (17.6)$$

Открываем скобки и делим обе стороны уравнения $2l$

$$y_d^2 - \frac{2 \cdot P \cdot l}{E \cdot F} \cdot y_d - \frac{2 \cdot P \cdot l \cdot h}{E \cdot F} = 0. \quad (17.7)$$

$\frac{P \cdot l}{E \cdot F}$ величина представляет собой статическую удлинение стержня на u_s . Учитывая это можно записать как

$$y_d^2 - 2 \cdot y_s \cdot y_d - 2 \cdot y_s \cdot h = 0. \quad (17.8)$$

Решение квадратного уравнения

$$y_d = y_s + \sqrt{y_s^2 + 2 \cdot y_s \cdot h}. \quad (17.9)$$

Разделим уравнения на y_s и введем обозначение.

$$k = 1 + \sqrt{1 + 2 \cdot h/y_s}. \quad (17.10)$$

В этом случае

$$y_d = y_s \cdot k; \quad (17.11)$$

где k -динамический коэффициент.

Динамический коэффициент – динамическое напряжение показывает, во сколько раз эта нагрузка превышает статическое напряжение, вызванное статической нагрузкой.

В пределе пропорциональности $k \leq 10$ условие прочности определяется как

$$\sigma_d = k \sigma_s \leq [\sigma]. \quad (17.12)$$

17.2. Расчет деталей машины при динамической нагрузке

Циклическая нагрузка

Задача 1.

Определить коэффициент запаса ведущего вала конического редуктора в сечении, в котором находится опорный подшипник, близкий к шестерне.

$P_t = 2900 \text{ Н}$ - окружная сила; $P_a = 300 \text{ Н}$ - осевая сила;

$P_r = 1000 \text{ Н}$ – радиальная сила. Там, где внутреннее кольцо подшипника прижимается к валу, создается концентрация напряжений. Материал вала – сталь 45 – нормализация. Диаметр шестерни $d_1 = 90 \text{ мм}$. $a=120 \text{ мм}$; $b=70 \text{ мм}$.

$\sigma_v = 590 \text{ Н / мм}^2$ -предел прочности;

$\sigma_{-1} = 0,43 \sigma_v = 254 \text{ Н/мм}^2$ -предел прочности при симметричном изгибе;

$\tau_{-1} = 0,58 \quad \sigma_{-1} = 147 \text{ Н/мм}^2$ – предел прочности при симметричном вращении;

$[\sigma] = 60 \text{ МПа}$ – допустимое напряжение.

Решение.

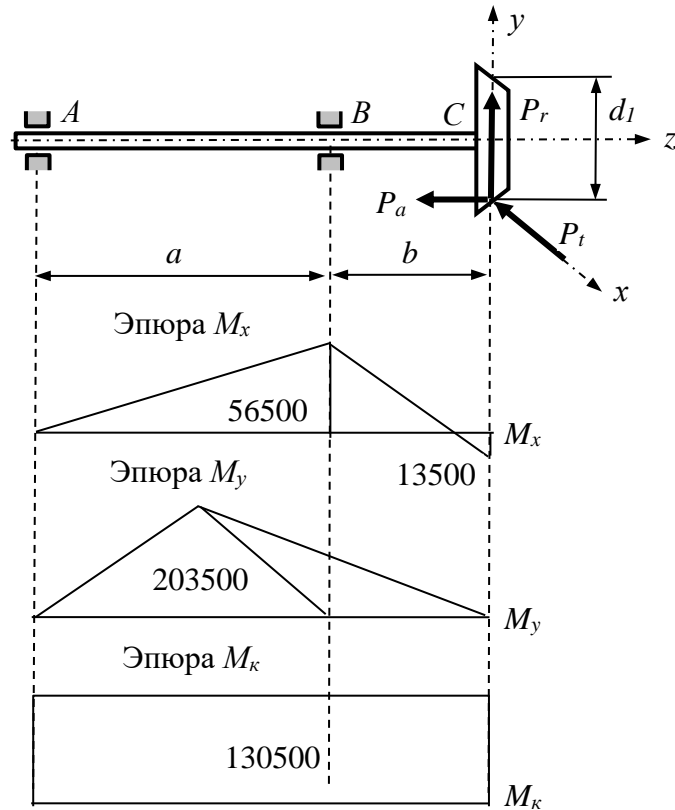


Рис.17.3. Схема расчета вала

1. Вертикальная плоскость.

Крутящий момент

$$m = P_a d_1 / 2 = 300 \times 90 / 2 = 13500 \text{ Нм.}$$

Изгибающий момент в сечении C

$$M_{xC} = -t = -13500 \text{ Нм.}$$

Изгибающий момент в сечении B

$$M_{xB} = -t + P_r b = -13500 + 1000 \times 70 = 56500 \text{ Нм.}$$

2. Горизонтальная плоскость.

Изгибающий момент в сечении C

$$M_{yC} = 0.$$

Изгибающий момент в сечении B

$$M_{yB} = P_t b = 2900 \times 70 = 203000 \text{ Нм.}$$

3. Крутящий момент.

$$M_a = P_t d_l / 2 = 2900 \times 90 / 2 = 130500 \text{ Нм.}$$

4. Самое опасное сечение вала будет в точке В.

Общий эквивалентный крутящий момент

$$M_{ekB} = \sqrt{M_{xB}^2 + M_{yB}^2 + M_a^2} = \sqrt{56500^2 + 203500^2 + 130500^2} = 248260 \text{ Нм.}$$

Диаметр вала

$$d_v = \sqrt[3]{\frac{M_{eB}}{0,1 \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{248260}{0,1 \cdot 60}} = 34,5 \text{ мм.}$$

принимаем $d_v = 35 \text{ мм.}$

5. Уточнённый расчет вала.

Принято считать, что нормальные напряжения от изгиба изменяются симметричными циклами, а напряжения от вращения-импульсными циклами.

Изгибающий момент

$$M_{eB} = \sqrt{M_{xB}^2 + M_{yB}^2} = \sqrt{56500^2 + 203500^2} = 211200 \text{ Нм.}$$

Осей момент сопротивления изгибу

$$W_x = \frac{\pi \cdot d_g^3}{32} = \frac{3,14 \cdot 35^3}{32} = 4210 \text{ мм}^3.$$

Амплитуда нормальных напряжений

$$\sigma_a = \sigma_{max} = \frac{M_{uB}}{W_x} = \frac{248260}{4210} = 58,9 \text{ Н / мм}^2.$$

Коэффициент запаса прочности при нормальных напряжениях определяется по формуле

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k}{\varepsilon \cdot \beta} \sigma_a}.$$

Принимаем $\frac{k}{\varepsilon \cdot \beta} = 2,7$. Из этого

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{2,7 \cdot \sigma_a} = \frac{254}{2,7 \cdot 58,9} = 1,6.$$

6. Полярный момент сопротивления

$$W_p = \frac{\pi \cdot d_g^3}{16} = 2 \cdot W_x = 2 \cdot 4210 = 8420 \text{ мм}^3.$$

Амплитуда касательных напряжений

$$\tau_a = \tau_m = \frac{\tau_{max}}{2} = \frac{M_a}{2 \cdot W_p} = \frac{130500}{2 \cdot 8420} = 7,7 \text{ Н / мм}^2.$$

Коэффициент запаса прочности при ударных напряжениях определяется по формуле

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau \cdot \beta_\tau} \tau_a + \psi_\tau \cdot \tau_m}.$$

$\frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau \cdot \beta_\tau} = 2,02$ и принимаем $\psi_\tau = 0,05$. Из этого

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{2,02 \cdot \tau_a + 0,05 \cdot \tau_m} = \frac{147}{2,02 \cdot 7,7 + 0,05 \cdot 7,7} = 9,2.$$

Общий коэффициент запаса прочности

$$n = \frac{n_\sigma \cdot n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} = \frac{1,6 \cdot 9,2}{\sqrt{1,6^2 + 9,2^2}} = \frac{14,72}{9,3} = 1,6.$$

$n = 1,6 \geq [n] = 1,5 \dots 2,5$ - условие прочности выполняется.

17.3.Динамическая нагрузка

Задача 2.

В состоянии покоя через рессору на задний мост автомобиля действует нагрузка $Q_1 = 59700 \text{ Н}$, а вес оси $Q_2 = 4500 \text{ Н}$. При движении автомобиля нагрузка от воздействия перепадов высот на дороге колеблется с вертикальными составляющими ускорениями $a_1 = 15 \text{ м/с}^2$ и $a_2 = 8 \text{ м/с}^2$.

Определить запас прочности оси AB . $l = 0,35 \text{ м}$, материал заднего моста – сталь 20.

В опасных сечениях C и D осевой момент сопротивления $W_x = 190 \times 10^{-6} \text{ м}^3$.

Решение.

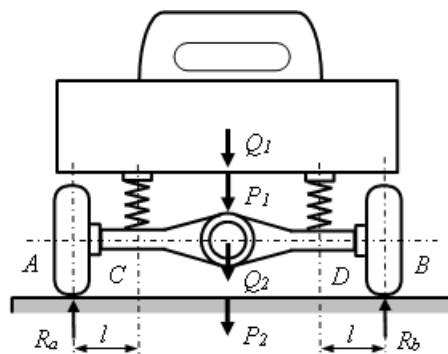


Рис.17.4. Схема нагружки заднего моста автомобиля

1. Вычисляем массу колеблющегося груза:

Масса груза

$$m_1 = Q_1 / g = 59700 / 9,81 = 6100 \text{ кг};$$

масса заднего моста

$$m_2 = Q_2 / g = 4500 / 9,81 = 460 \text{ кг}.$$

2. Определим силы инерции, возникающих при колебании груза:

$$P_1 = m_1 a_1 = 6100 \times 15 = 91500 \text{ Н};$$

$$P_2 = m_2 a_2 = 460 \times 8 = 3680 \text{ Н}.$$

3. Приложим к заданным силам Q_1 и Q_2 силы инерции P_1 и P_2 и определим силы реакции, действующие на колеса:

$$R_a = R_b = \frac{Q_1 + Q_2 + P_1 + P_2}{2} = \frac{59700 + 4500 + 91500 + 3680}{2} = 79690 \text{ Н}.$$

4. Определим изгибающий момент и максимальное напряжение, возникающих в опасных сечениях C и D :

$$M_x = R_a l = 79690 \times 0,35 = 27900 \text{ Нм};$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{27900}{190 \cdot 10^{-6}} = 147 \text{ МПа}.$$

5. Принимая предел текучести $\sigma_t = 250 \text{ МПа}$ для стали 20, определим запас прочности относительно предела текучести:

$$n = \frac{\sigma_t}{\sigma_{max}} = \frac{250}{147} = 1,7.$$

Контрольные вопросы по разделу.

1. Понятие о напряжениях, деформациях, перемещениях. Закон Гука.
2. Связь между напряжениями и внутренними силовыми факторами.
3. Внутренние силовые факторы и метод их определения.
4. Диаграмма растяжения. Механические характеристики материалов.
5. Допускаемые напряжения.
6. Расчеты на прочность и жесткость при осевом растяжении — сжатии.
7. Внутренние силы. Допускаемые напряжения.
8. Потенциальная энергия деформации при осевом растяжении — сжатии.
9. Напряжения по наклонным площадкам при осевом растяжении — сжатии.
10. Главные площадки и главные напряжения. Напряжения по наклонным площадкам при плоском напряженном состоянии.
11. Виды напряженного состояния. Теории (гипотезы) прочности и их применение.
12. Напряжения и деформации при плоском напряженном состоянии.
13. Обобщенный закон Гука.
14. Графическое определение напряжений при плоском напряженном состоянии.
15. Вывод формулы для касательных напряжений при кручении.
16. Напряжения и деформации при кручении. Вывод формулы.
17. Условия прочности и жесткости при кручении. Построение эпюр крутящего момента и углов закручивания.
18. Геометрические характеристики плоских сечений. Главные оси и главные моменты инерции.
19. Геометрические характеристики простейших сечений. Вычисление главных центральных моментов инерции сложных фигур.
20. Определение внутренних силовых факторов при прямом поперечном изгибе.
21. Основные правила построения и контроля построения эпюр внутренних силовых факторов при прямом поперечном изгибе.

- 22. Нормальные напряжения при изгибе. Вывод формулы.
- 23. Условие прочности при изгибе по нормальным напряжениям.
- 24. Касательные напряжения при поперечном изгибе.
- 25. Нормальные и касательные напряжения при изгибе.
- 26. Условия прочности при изгибе.
- 27. Перемещения при изгибе. Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки.
- 28. Определение перемещений при изгибе. Условие жесткости.
- 29. Устойчивость сжатых стержней. Определение критического усилия.

РАЗДЕЛ 3. РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ ДЕТАЛЕЙ МАШИН ОБЩЕГО НАЗНАЧЕНИЯ И ДЕТАЛЕЙ ОТРАСЛИ.

18. Детали машин и их классификация.

Введение

Предмет «Детали машин» является общетехнической дисциплиной и базируется на знаниях и умениях, полученных студентами при изучении дисциплин Математики, Физики, Начертательной геометрии и инженерной графики, Материаловедения, Технологии конструкционных материалов, Теоретической механики, Сопротивления материалов, Теории механизмов и машин.

Для конкретной специальности, изучаемой в высших учебных заведениях, таких как Технология машиностроения, эксплуатация и ремонт техники и для различных других специальных дисциплин, предмет детали машин является базовой.

Целью преподавания дисциплины является формирование у студентов знаний, умений и навыков в области построения различных конструкций деталей машин, узлов, механических трансмиссий, валов и осей, подшипников, муфт, пружин, а также их расчета и конструирования на прочность.

Задача дисциплины состоит в обучении студентов теоретическим основам расчета и проектирования работоспособности деталей и узлов, видам конструкций, а также их конструированию.

Развитие современной военной науки и техники напрямую связано с созданием новых механизмов и машин, основной задачей которых является повышение производительности труда, облегчение ручного труда. Поэтому требования, предъявляемые к машинам и механизмам, заключаются в обеспечении точного выполнения технологического процесса, долговременной эксплуатации и высокой производительности труда. По этой причине эта дисциплина является неотъемлемым звеном технологической системы в преподавании и производстве специальных дисциплин.

Студент в рамках задач, реализуемых в процессе освоения учебного предмета «Детали машин»:

- должен знать виды современных деталей машин, их характеристики, вопросы их проверки и проектирования;
- должен уметь выполнять и читать чертежи общего вида деталей, деталей и узлов, рассчитывать прочность и надежность на растяжение распространенных деталей машин, а также иметь навыки анализа;
- должен анализировать конструкцию деталей производимых и используемых машин, обладать навыками и квалификацией для их проектирования и расчета.

При освоении предмета студенты пользуются разнообразной учебной литературой, вынуждены изучать огромное количество базовых понятий, определений и выражений. Их запоминание и поиск в литературе по мере необходимости занимает довольно много времени. С другой стороны, доступная учебная литература по предмету (как на государственном, так и на русском языках) сильно отличается от государственной учебной программы, предназначенной для студентов. По этой причине у студентов возникают трудности с освоением предмета. Это предлагаемое руководство в некоторой степени соответствует государственной учебной программе и содержит наиболее необходимые материалы.

Мы дали определение понятию машина в разделе «Теория машин и механизмов» данного курса. Сама машина состоит из различных деталей. Деталью станка называют деталь, изготовленную из того же материала механическим или иным способом и не разделяющуюся на отдельные части. Например, гайка, болт, винт и подобные детали.

Детали предназначены для общего пользования и делятся на специальные группы. Детали, предназначенные для общего пользования, в свою очередь, в общем случае делятся на следующие виды:

- 1.Соединения деталей или соединения.
- 2.Механизмы передач. К ним относятся валы, муфты.

3.Вращающиеся детали передач: зубчатая рейка, шкивы, звездочки.

4.Механизмы рычажные и кулачковые. Они в основном служат для преобразования одного действия в другое.

5.Пружины и рессоры. В основном они служат для уменьшения вибраций и ударов.

6.Маховики, маятники, грузики, шаботы. Они в основном служат для придания равномерного движения.

7.Устройства предотвращения загрязнения и система смазки. Они служат для обеспечения долгой работы машины.

8.Механизмы управления.

Стандартизация, нормализация и унификация деталей машин.

Взаимозаменяемость деталей стала применяться в оружейной промышленности с 19 века. Применяется при сборке, ремонте без дополнительной обработки деталей.

Обмен приносит большую пользу народному хозяйству. Повышает производительность труда при сборке, позволяет запастись деталями. Изделие удешевляет производство. Для обеспечения взаимозаменяемости деталей производство по предприятию, отрасли, республике подчиняется определенному порядку, стандартизируется.

Стандарты бывают нескольких видов:

Предприятие (предприятие) - СТП.

Отраслевой - ОСТ.

Государственный - ГОСТ.

Совет Экономической Взаимопомощи (СЭВ) - СТСЕВ.

Международный - МС.

При изготовлении и эксплуатации машин обязательно должен соблюдаться стандарт.

Унификация - это обмен деталями одной машины или узла на другую машину или узел.

ЕСКД - (единая система конструкторской документации).

Работоспособность детали и ее обеспечение.

Прочность, жёсткость, жаропрочность, устойчивость к вибрации и износу являются основными характеристиками, определяющими способность деталей работать.

Прочность. В условиях эксплуатации детали, свойство работать без поломок и безупречно называется ее прочностью.

Напряжение, создаваемое в деталях, может варьироваться от нуля до максимума (зубчатое колесо, шатуны вращающихся механизмов), напряжение от минус до плюса (валы и оси).

Расчет на прочность в основном начинается с определения допустимого напряжения и нахождения коэффициента запаса напряжения. Коэффициент общего запаса прочности определяется следующим образом.

$$n=n_1n_2n_3 \quad (18.1)$$

где: n_1 : n_2 : n_3 . - коэффициент запаса прочности каждой детали.

Жёсткость. Для некоторых деталей, особенно тех, которые работают под действием силы, самой прочности будет недостаточно.

Например, несмотря на то, что вращающийся вал под действием определенной силы и крутящего момента будет прочным, изгиб может быть больше допустимого. Такой вал использовать не следует, так как расстояние между деталями, устанавливаемые на вал, например зубчатыми шестернями, ограничено. Изгиб вала больше от допустимого приводит к тому, что эти детали выходят из строя раньше времени.

Основные требования к жёсткости деталей:

а) чтобы детали находились в неравномерном состоянии и при ударной нагрузкой была обеспечена плавность хода:

б) неизменность расстояния между соединяемыми деталями:

в) при динамических силах (отсутствие резонансного явления)

ж) обеспечение технологических условий:

д) обеспечение общей работы машины:

Устойчивость к вибрации. Постепенное увеличение скорости работы станков и уменьшение веса деталей исключают возможность возникновения различных вибраций. Резонансное явление в этом отношении особенно опасно.

Известно, что явление резонанса возникает, когда собственная частота колебаний, с которой колеблется сама деталь, остается такой же, как частота колебаний, с которой колеблется внешняя сила.

Термостойкость. При проектировании машин необходимо добиться, чтобы выделяемое в них тепло не превышало нормы, т. е. $Q < Q_l$.

Где: Q - количество тепла, выделяемого машиной:

Q_l -количество теплоты, рассеиваемой машиной:

Износостойкость. Срок службы трущихся деталей при эксплуатации определяется степенью износа. Быстрый или медленный износ детали зависит от условий ее эксплуатации, степени смазки, контакта в зависимости от величины напряжения и других факторов.

$$P = [P] \quad PV = [PV] \quad (18.2)$$

где: P -относительное давление.

V -скорость трения.

Надежность-работа детали в указанный срок без потери внешнего вида.

Надежность складывается из: безотказной работы, износостойкости, исправности и безотказности.

Частичная или полная потеря способности к обработке деталей называется отказом.

Основные материалы, применяемые в машиностроении.

При изготовлении деталей машин используются различные материалы: стали, чугуны, цветные металлы и их сплавы, пластмассы, резина, дерево и др. Из них наиболее часто используются черные металлы: сталь и чугун. Недостатком черных металлов является большая плотность, большой удельный вес, низкая коррозионная стойкость.

При выборе материала для детали станка необходимо его всесторонне изучить, то есть на него влияет то, где деталь будет использоваться, условия эксплуатации, какая прочность.

Основным требованием при выборе материала является то, что выбранный материал должен, прежде всего, обеспечивать работоспособность детали, а также быть относительно недорогим. Это требование не всегда может быть легко выполнено, поскольку прочные, качественные материалы стоят дорого. Поэтому, чтобы не ошибиться в выборе материала, лучше выбрать из них несколько разных и просчитать их. Например, шкив диаметром 100 мм и вращением 5000 мин^{-1} может быть изготовлен из чугуна или алюминиевого сплава. Алюминиевый сплав стоит в два раза дороже чугуна. Но алюминиевый сплав обрабатывается на станке в 8-10 раз быстрее, чем чугун.

В результате шкив из алюминиевого сплава будет на 25% дешевле, чем шкив из чугуна. В некоторых случаях, чтобы удовлетворить предъявляемым требованиям, сама деталь может быть выполнена из разных материалов. Например: червячное колесо из червячных шестерен, корпус некоторых зубчатых колес изготовлен из дешевого чугуна, а зубчатый фланец изготовлен из цветных металлов или сплавов с хорошим качеством изготовления.

19. Механические передачи, их виды и краткая сравнительная характеристика.

Общие понятия о передачах.

Механизмы, расположенные между источником энергии и рабочей частью машин и соединяющие их между собой и позволяющие управлять движением по мере необходимости, называются передачами.

В машиностроении применяются механические, электрические, пневматические и гидравлические передачи.

Механические передачи делятся на два типа:

1. Передачи, работающие за счет трения (фрикционные и ременные передачи).

2. Передачи, работающие за счет зацепления (зубчатые, червячные и цепные передачи). Передачи с цилиндрическими и коническими колесами, планетарные, волновые.

Классификация механических передач.

Механические передачи классифицируются следующим образом:

а) по способу передачи движения:

- передача за счет трения (фрикционная, ременная);

- передача за счет зацепления (зубчатые, червячные, цепные, винтовые передачи);

б) по способу зацепления деталей:

- детали непосредственно зацепляются между собой, передавая движение (фрикционные, зубчатые, червячные, передачи винт-гайка);

- детали передают движение через эластичные элементы (ременные, цепные передачи);

в) по взаимному расположению валов:

- валы расположены параллельно (цилиндрические, планетарные передачи);

- валы расположены под углом (конические шестерни);

- валы расположены со скрещиванием (червячные, винтовые, гипоидные);

г) по изменению передаточного числа :

- постоянное передаточное число;

- переменное передаточное число (ступенчатые и бесступенчатые);

д) по количеству ступеней:

- одноступенчатый;

- многоступенчатый;

е) по конструкции:

- открытый (без корпуса);

- закрытый (находится в корпусе с маслом).

Коэффициент полезного действия передач определяется как

$$\eta = N_2 / N_1 \quad \text{или} \quad \eta = 1 - N_u / N_L$$

N_u -мощность, потраченная на вредные сопротивления при передаче движения от ведущего вала к ведомому.

Передаточное число выражается как: $u = n_1 / n_2 = \omega_1 / \omega_2$

Крутящий момент на валах определяется следующим образом.

$$T_1 = N_1 / \omega_1, \text{ Нм.}$$

N_1 -мощность, Вт;

ω_1 -угловая скорость, рад/с;

$$T_1 = 9550 N_1 / n_1 \text{ Нм.}$$

n_1, n_2 -частота вращения, мин⁻¹.

$$T_2 T_1 = N_2 n_1 / N_1 n_2 = \eta u \quad u = T_2 / (T_1 - \eta)$$

20. Фрикционные передачи и вариаторы.

Общие сведения

Фрикционными называют передачи у которых силовое “замыкание” жестких звеньев осуществляется за счет сил сцепления (трения). Их применяют для передачи движения между валами с параллельными и пересекающимися осями, а также для преобразования вращательного движения в поступательное или винтовое.

Фрикционная передача может быть реализована как жесткими, так и податливыми (гибкими) звеньями.

Достоинства и недостатки, применение.

Достоинства:

простота конструкции;

бесшумность работы;

равномерность вращения, что удобно для приборов;

возможность бесступенчатого регулирования угловой скорости ведомого вала;

предохранение частей от поломок;

отсутствие мёртвого хода при реверсе передачи;

небольшая стоимость .

Недостатки:

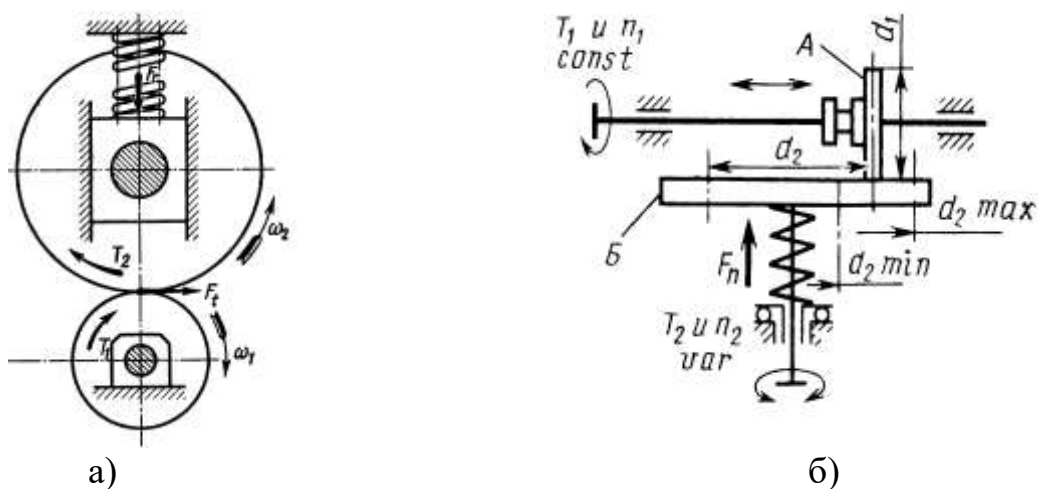
потребность в прижимных устройствах;

значительные давления на валы и опоры;

повреждение катков при пробуксовке;

непостоянство передаточного числа из-за пробуксовки.

Фрикционные передачи могут работать со скоростями 25 м/с и при передаточных числах до 10. Значения передаваемых мощностей колеблются в пределах от ничтожно малых в приборах до 300 кВт в силовых передачах.



20.1-рис. Фрикционные передачи:

- а) Нерегулируемые (с постоянным передаточным отношением)
- б) Регулируемые, или вариаторы (передаточное переменное)

Рабочие поверхности тел качения могут быть коническими, сферическими и др. Кроме передач с внешним контактом нередко используют передачи с внутренним контактом катков.

В приборах (например лентопротяжных устройствах и т. п.), транспортных машинах и др. используют механизмы преобразующие вращательное движение ведомого катка в поступательное движение ведомого звена.

Работа фрикционной передачи основана на использовании сил трения, которые возникают в месте контакта двух тел вращения под действием сил прижатия F (рис.20.1). При этом должно быть

$$F_t \leq F; \quad (1)$$

где F_t — окружная сила; F — сила трения между катками.

Способы прижатия катков:

с постоянной силой (вследствие предварительной деформации податливых катков : установкой специальных пружин)

с переменной силой (применением специальных нажимных устройств, например, шариковое самозатягивающее устройство, винтовое нажимное устройство).

Способ прижатия катков оказывает большое влияние на качественные характеристики передачи : к.п.д., постоянство передаточного отношения, контактную прочность и износ катков. Лучшие показатели получают при регулируемом прижатии.

Основные факторы, определяющие качество фрикционной передачи

Скольжение является причиной износа, уменьшения к.п.д. и непостоянство передаточного отношения во фрикционных передачах.

Различают три вида скольжения :

буксование;

упругое скольжение;

геометрическое скольжение.

Буксование наступает при перегрузках, когда не соблюдается условие $F_t < F_{mp}$. При буксовании ведомый каток останавливается, а ведущий скользит по нему, вызывая местный износ или задиры поверхности, что в конечном счете выводит передачу из строя. Поэтому при проектировании следует принимать достаточный запас сцепления k и не допускать использование фрикционной передачи в качестве предохранительного устройства от перегрузки.

Упругое скольжение связано с упругими деформациями в зоне контакта. Если бы катки были абсолютно жесткими, то первоначальный контакт по линии оставался бы таким и под нагрузкой. При этом окружные скорости будут равны и скольжения не будет. При упругих телах первоначальный контакт по линии переходит под нагрузкой в контакт по некоторой площадке.

Геометрическое скольжение возникает на площадке контакта вдоль образующих колес, зависит от формы последних и связано с неравенством скоростей на площадке контакта у ведущего и ведомого катков. Оно является решающим для фрикционных передач.

Основные кинематические, силовые и геометрические соотношения

В связи с проскальзыванием ведомого колеса относительно ведущего окружная скорость его v_2 несколько меньше окружной скорости последнего v_1 .

Зависимость между этими скоростями $v_2 = v_1 \zeta$,

где ζ - [дзета] - коэффициент, учитывающий упругое скольжение (от 0,995 для передач, работающих всухую, до 0,95 – для вариаторов).

Можно записать $\frac{\omega_2 \cdot D_2}{2} = \zeta \cdot \frac{\omega_1 \cdot D_1}{2}$ (20.2)

оттуда $u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{D_2}{D_1 \cdot \zeta}$ (20.3)

Для конической фрикционной передачи D_1 и D_2 – средние диаметры колес.

Таким образом, передаточное число фрикционной передачи с условно постоянным передаточным отношением

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_2}{D_1 \cdot \zeta} = \frac{T_2}{T_1 \cdot \eta} \quad (20.4)$$

где η - коэффициент полезного действия передачи.

Для конической фрикционной передачи с углом взаимного расположения валов, равным 90° ,

$$i = \frac{\sin \alpha_2}{\zeta \cdot \sin \alpha_1} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha_1}{\zeta} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\zeta} \quad (20.5)$$

Для передач с постоянным передаточным отношением, работающих всухую, можно не учитывать коэффициент ζ . Тогда

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{T_2}{T_1 \cdot \eta} \quad (20.6)$$

При расчетах вариаторов вместо отношения диаметров колес D_2/D_1 принимают отношение их радиусов R_2/R_1 .

$$U = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{R_2}{R_1 \cdot \zeta} \quad (20.7)$$

Передаточное число вариатора изменяется от минимального U_{\min} до максимального U_{\max} значения.

Отношение максимальной угловой скорости ведомого колеса вариатора $\omega_{2\max}$ к минимальной его угловой скорости $\omega_{2\min}$ называется диапазоном регулирования

$$D = \frac{\omega_{2\max}}{\omega_{2\min}} \quad (20.8)$$

Для простых вариаторов, у которых радиус ведущего колеса остается постоянным, а радиус ведомого колеса изменяется в пределах от $R_{2\min}$ до $R_{2\max}$

$$i_{\max} = \frac{\omega_1}{\omega_{2\min}} = \frac{n_1}{n_{2\min}} = \frac{R_{2\max}}{R_1 \cdot \zeta} \quad (20.9)$$

$$i_{\min} = \frac{\omega_1}{\omega_{2\max}} = \frac{n_1}{n_{2\max}} = \frac{R_{2\min}}{R_1 \cdot \zeta} \quad (20.10)$$

$$D = \frac{\omega_{2\max}}{\omega_{2\min}} = \frac{R_{2\max}}{R_{2\min}} \quad (20.11)$$

Диапазон регулирования в простых регуляторах $D < 4$.

Для сдвоенных вариаторов при одновременном и симметричном изменении радиусов ведущего R_1 и ведомого R_2 колес

$$D = \frac{\omega_{2\max}}{\omega_{2\min}} = \frac{n_{2\max}}{n_{2\min}} = \frac{R_{2\max}^2}{R_{2\min}^2} \quad (20.12)$$

Диапазон регулирования в сдвоенных вариаторах $D < 16$.

Для передачи фрикционной передачей окружной силы F_t ее колеса должны прижиматься друг к другу с силой F_n , определяемой по формуле

$$F_n = \frac{k \cdot F_t}{f} \quad (20.13)$$

где k – коэффициент запаса сцепления колес.

В силовых передачах машин $k = 1.25 \div 1.5$, в передачах приборов $k = 2.5 \div 3$.

Коэффициент трения между колесами :

для стали по стали в масле $f=0.04\div 0.05$;

или чугуну в сухую $f=0.15\div 0.2$.

Силы F_{n1} и F_{n2} , действующие на валы конической фрикционной передачи с углом взаимного расположения валов, равным 90°

$$\begin{aligned} F_{n1} &= F_n \cdot \sin \alpha_1 \\ F_{n2} &= F_n \cdot \sin \alpha_2 \end{aligned} \quad (20.14)$$

К.п.д. фрикционной передачи в зависимости от вида передачи может быть равен $0.7\div 0.96$. В основном, к.п.д. фрикционной передачи колеблется в пределах от $0.95\div 0.96$.

С целью уменьшения потерь и повышения η целесообразно увеличивать диаметры и сохранять постоянными во время работы передачи коэффициент тяги.

$$\varphi = \frac{F_t}{F_n \cdot f} \leq F_t \quad (20.15)$$

Последнее достигается применением механизмов, автоматически регулирующих усилие нажатия в зависимости от передаваемой окружной силы.

Виды разрушений рабочих поверхностей катков

Усилие нажатия во фрикционных передачах вызывает на опорной поверхности колес значительные контактные напряжения, которые имеют циклический характер.

При таком характере нагружения металлических колес, основными видами поломок фрикционных передач являются:

усталостное выкрашивание (в передачах с жидкостным трением смазки, когда износ сводится к минимуму);

износ (в передачах без смазки);

задиры поверхности при пробуксовке.

Расчет на прочность.

Контактные напряжения сжатия для фрикционных колес из стали и других материалов с коэффициентом Пуассона $\mu=0.3$ определяют по формуле Герца

$$\sigma_H = 0.418 \cdot \sqrt{\frac{q \cdot E}{\rho}}, (20.16)$$

где q – удельная нагрузка, т.е. нагрузка, приходящаяся на единицу длины контактной площади колес; E – приведенный модуль упругости материалов колес ; ρ - приведенный радиус кривизны колес.

Расчет удельной нагрузки

$$q = \frac{k_H \cdot F_n}{b} \quad (20.17)$$

$k=1 \div 1.3$ - коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактной площади ; b – длина контактной площади.

$$E = \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2} \quad (20.18)$$

где E_1 и E_2 –соответственно модуль упругости материала ведущего и ведомого колеса. Если материалы колес одинаковы, то $E=E_1=E_2$.

Приведенный радиус кривизны для цилиндрической фрикционной передачи

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \quad (20.19)$$

Для цилиндрической фрикционной передачи

$$\rho = \frac{D_1 \cdot D_2}{2 \cdot (D_1 + D_2)} \approx 0.5 \cdot D_1 \cdot \frac{U}{U+1} \quad (20.20)$$

Для конической фрикционной передачи

$$\rho = \frac{D_1 \cdot D_2}{2 \cdot (D_1 \cdot \cos \alpha_2 + D_2 \cdot \cos \alpha_1)} \approx 0.5 \cdot D_1 \cdot \frac{U}{\sqrt{U^2 + 1}} \quad (20.21)$$

При проектном расчете обычно преобразуют так, чтобы можно было определить требуемый диаметр меньшего колеса D_1 .

$$D_1 = 0.9 \cdot \sqrt[3]{\frac{U+1}{U} \cdot \frac{K \cdot E \cdot T_1}{f \cdot \psi \cdot [\sigma_H]^2}} \quad (20.22)$$

$$D_1 = 0.9 \cdot \sqrt[3]{\frac{\sqrt{U^2 + 1}}{U} \cdot \frac{K \cdot E \cdot T_1}{f \cdot \psi \cdot [\sigma_H]^2}} \quad (20.23)$$

$$\sigma_k = 0.418 \cdot \sqrt{\frac{q \cdot E}{\rho}} \leq [\sigma_k] \quad (20.24)$$

Коэффициент ширины колес (длины контактной площади)

закрытой передачи $\psi=0.8 \div 1.2$,

открытой передачи $\psi=0.2 \div 0.6$.

Затем вычисляют $b=\varphi \cdot D_1$ по D_1 и U определяют D_2 .

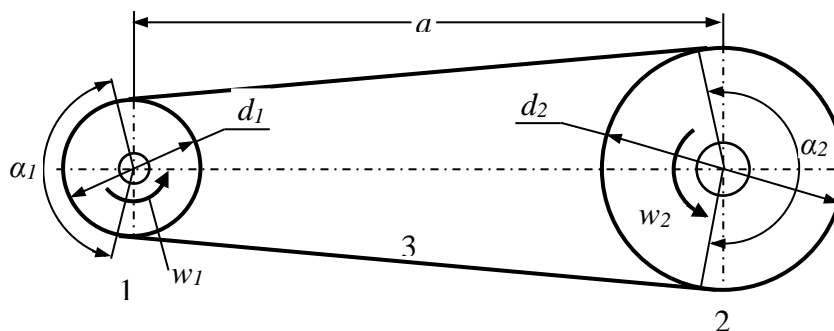
Проверочный расчет по контактным напряжениям сжатия фрикционных колес по формуле

$[\sigma_k]$ - для закаленных стальных колес с $HRC \geq 60$ $[\sigma_k]=8000 \div 12000$ кгс/см² ;

- для текстолитовых колес $[\sigma_k]=800 \div 1000$ кгс/см².

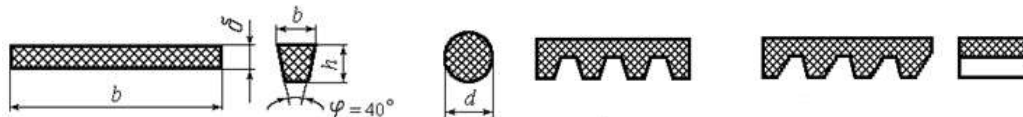
21. Ременные передачи

Ременные передачи-состоят из ведущего 1 и ведомого 2 шкивов, а также натянутой на них ремня 3. Через ремень передается вращательное движение за счет силы трения (рис.21.1).



21.1-рис . Ременная передача.

Ремни-основные упругие элементы, имеющие форму следующего поперечного сечения: а) четырехугольные (плоские ремни), б) трапецевидные, клиновые, (с боковыми рабочими поверхностями), в) полуклиновые, г) круглые (круглые ремни), д) зубчатые (рис. 21.2)



21.2-рис. Поперечные сечения ремней.

Ремни изготавливаются из следующих материалов:

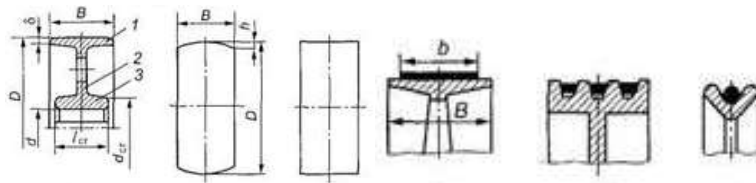
а) тряпичные, самая дешевая, но не очень прочная, $v_{max}=25$ м/с;

- б) прорезиненная тряпичная, наиболее гибкая и распространенная, $v_{max} = 30 \text{ м/с}$;
- в) кожаные, с хорошим сцеплением, $v_{max} = 45 \text{ м/с}$;
- г) шерстяные, устойчивая к высоким температурам, кислотам;
- д) синтетические, прочный, с большим коэффициентом трения, $v_{max} = 100 \text{ м/с}$.

Шкивы-состоят из венца (обод), спица или диска и ступицы. Шкивы характеризуются: а) по форме венца (цилиндрические, выпуклые, с канавками); б) по типу материала (стальные, чугунные);

в) по конструкции (цельный, сборный, со спицами, дисковые, литьё, сварной) (21.3-рис).

Форма рабочей части венца зависит от типа ленты и условий работы передачи.

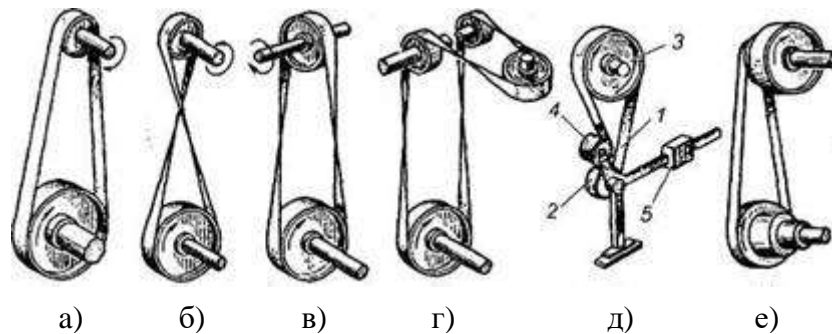


21.3-рис. Формы рабочей части венца шкива

Классификация ременных передач:

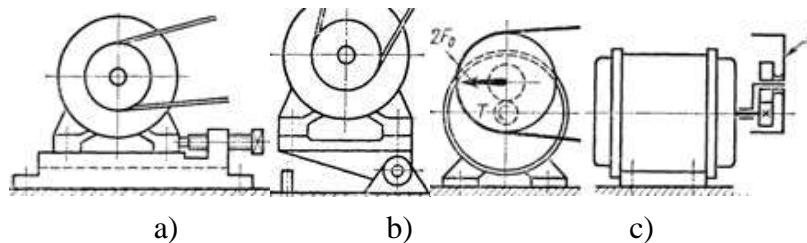
- а) по форме поперечного сечения ремня (плоская, клиновая, круглая, зубчатая);
- б) по взаимному расположению осей вала (параллельная ось, открытая, оси пересекающиеся, угловые, полуперекрещивающие);
- в) по направлению вращения шкивов (направление одинаковое, открытое, полуоткрытое; направление противоположное, перекрещивающие);
- г) по способу обеспечения натяжения ремней: (обычная; с натяжной катушкой (роликом); с натяжным устройством);
- д) по конструкции шкивов (одно-и многорядные шкивы; ступенчатые шкивы);
- е) по схеме передачи движения (открытые, направление вращения шкивов одинаковое; перекрещивающими ремнями; полуперекрещивающими

ремнями; регулируемая ступенчатыми шкивами; с натяжным роликом; с устройством, автоматически обеспечивающим натяжение ленты).



21.4-рис. Ременные передачи:

а-открытый; б- перекрещивающие; в- полуперекрещивающие; г- полуперекрещивающими с направляющим роликом; д - с натяжным роликом; е-с ступенчатыми шкивами



21.5-рис. Способы обеспечения натяжения ремней:

а-натяжение ремня перемещением; б) натяжение ремня собственным весом;
с- с устройством автоматической регулировки натяжения

Преимущества ременных передач: возможность передачи движения на значительное расстояние ($a_{max}=5...15 м$); простота конструкции и доступная цена; плавная и бесшумная работа; простота обслуживания и управления.

Недостатки: размеры относительно большие; передаточное число невелико (до $i=15$) и непостоянно; срок службы ремней невелик (1000...5000 часов); из-за растяжения ремня необходимы дополнительные приспособления, чтобы она оставалась натянутой; на вал и опоры оказывается большое усилие.

Расчет ременных передач.

Ременные передачи в основном используются в передачах малой и средней мощности ($0,3 / 50 кВт$). Наиболее распространены передачи с плоским и зубчатым ремнем. Ременные передачи типа клиновидных обладают высокой пропускной способностью. Ремни круглого сечения используются в передачах для небольших мощностей, в основном в инструментах.

Оптимальное межосевое расстояние:

$$a = 2 (d_1 + d_2) ; \quad (21.1)$$

где: d_1 и d_2 -диаметры ведущего и ведомого шкивов.

Межосевое расстояние в клиновидных ременных передачах:

$$A_{min} = 0,55 (d_1 + d_2) + h ; \quad (21.2)$$

где: h -высота поперечного сечения ремня.

Окружная скорость вращения шкивов:

$$v_1 = \frac{\pi d_1 n_1}{60}; \quad v_2 = \frac{\pi d_2 n_2}{60}; \quad (21.3)$$

где: n_1 и n_2 -число оборотов ведущего и ведомого шкивов (об/мин).

Скорости вращения связаны следующим образом:

$$v_2 = (1 - \zeta) v_1; \quad \zeta = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 ; \quad (21.4)$$

где: ζ –относительное скольжение ленты, $\zeta = 0,01 \dots 0,02$ при нормальных рабочих нагрузках;

ε_1 и ε_2 – относительное удлинение ведущих и ведомых ветвей ремня

Окружная сила:

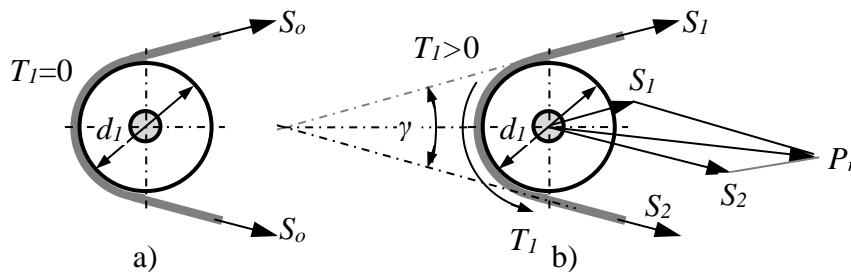
$$P_t = 2T_1 / d_1 ; \quad S_1 - S_2 = P_t ; \quad (21.5)$$

где: T_1 -крутящий момент на ведущем шкиве (Нм);

S_1 и S_2 -силы натяжения в ведущей и ведомых ветвях (Н):

$$S_1 = S_o + P_t / 2; \quad S_2 = S_o - P_t / 2; \quad (21.6)$$

S_o -натяжение ленты (Н) в состоянии покоя (начальное).



21.6-рис. Силы, действующие на ременную передачу:
а-начальное состояние; б-состояние передачи нагрузки

Формула Эйлера:

$$S_1 / S_2 = e^{f\alpha} ; \quad (21.7)$$

где: f – коэффициент трения между шкивом и лентой;

α -угол охвата ремнём шкива.

Нагрузка на валы – определяется по правилу параллелограмма:

$$P_r = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + 2S_1S_2\cos\gamma} = 2S_o \cos(\gamma/2); \quad (21.8)$$

где: γ -угол между ветвями ремня.

Коэффициент тяги:

$$\varphi = \frac{P_t}{2S_o} = \frac{S_1 - S_2}{2S_o}. \quad (21.9)$$

Максимальный коэффициент натяжения:

$\varphi_o = 0,5 \dots 0,6$ для плоских ремней;

для клиновидных ремней $\varphi_o = 0,7 \dots 0,9$.

К.П.Д. ременных передач: $\eta = 0,98$ в плоскоремённых передачах; $\eta = 0,95$ в передачах с натяжным роликом; $\eta = 0,96$ для клиновидных ременных передач

Напряжения на ремнях:

а) за счет начального натяжения:

$$\sigma_o = S_o / (h b); \quad (21.10)$$

где: h и b -высота и ширина поперечного сечения ремня.

б) за счет сил натяжения:

$$\sigma_1 = \frac{S_1}{hb}; \quad \sigma_2 = \frac{S_2}{hb}; \quad (21.11)$$

в) за счет центробежной силы:

$$\sigma_{mk} = \frac{\gamma \cdot v^2}{10g}; \quad (21.12)$$

где: γ – удельный вес ремня (H/M^3);

v – скорость ремня (M/c); g -ускорение свободного падения (M/c^2);

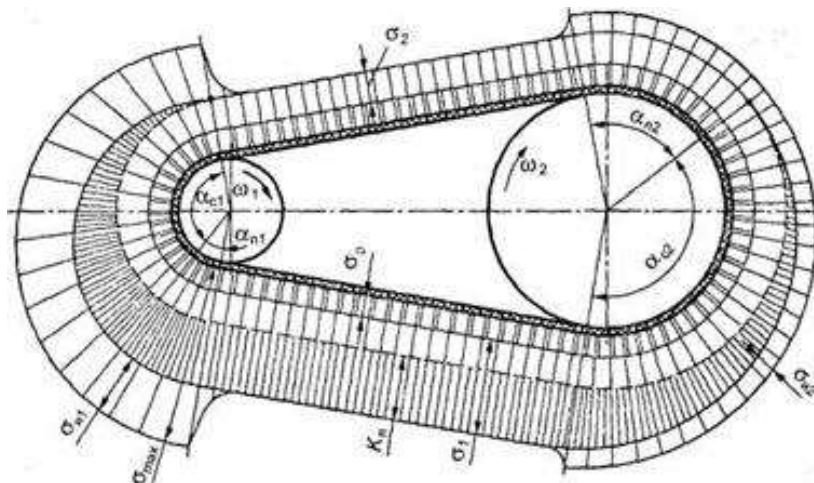
г) за счет изгиба ленты:.

$$\sigma_{e1} = \frac{h \cdot E}{d_1}; \quad \sigma_{e2} = \frac{h \cdot E}{d_2}; \quad (21.13)$$

где: E -модуль упругости (H/M^2).

Общее напряжение (21.7-рис):

$$\sigma_{max} = \sigma_o + \sigma_i + \sigma_{mk} + \sigma_{ei}. \quad (21.14)$$



21.7-рис. Напряжения в поперечном сечении ремня

Расчет ременных передач по силе тяги:

$$F = b h = P_t / [\sigma_p] ; \quad (21.15)$$

$$[\sigma_p] = [\sigma_p]_0 C_k C_v C_\alpha C_o ; \quad (21.16)$$

где: $[\sigma_p]$ - расчетное, допустимое напряжение;

$[\sigma_p]_0$ – допустимое напряжение для образцовой передачи;

C_k -коэффициент, учитывающий режим нагрузки;

C_v -коэффициент, учитывающий скорость ленты;

C_α - коэффициент, учитывающий угол охвата лентой шкива;

C_o -коэффициент, учитывающий положение передачи (в горизонтальном положении $C_o=1$).

Необходимое количество ремней:

$$z = \frac{P_t}{[P_t]} ; \quad (21.17)$$

$$[P_t] = [P_t]_0 C_k C_v C_\alpha C_o ; \quad (21.18)$$

где: $[P_t]$ - допустимая сила вращения;

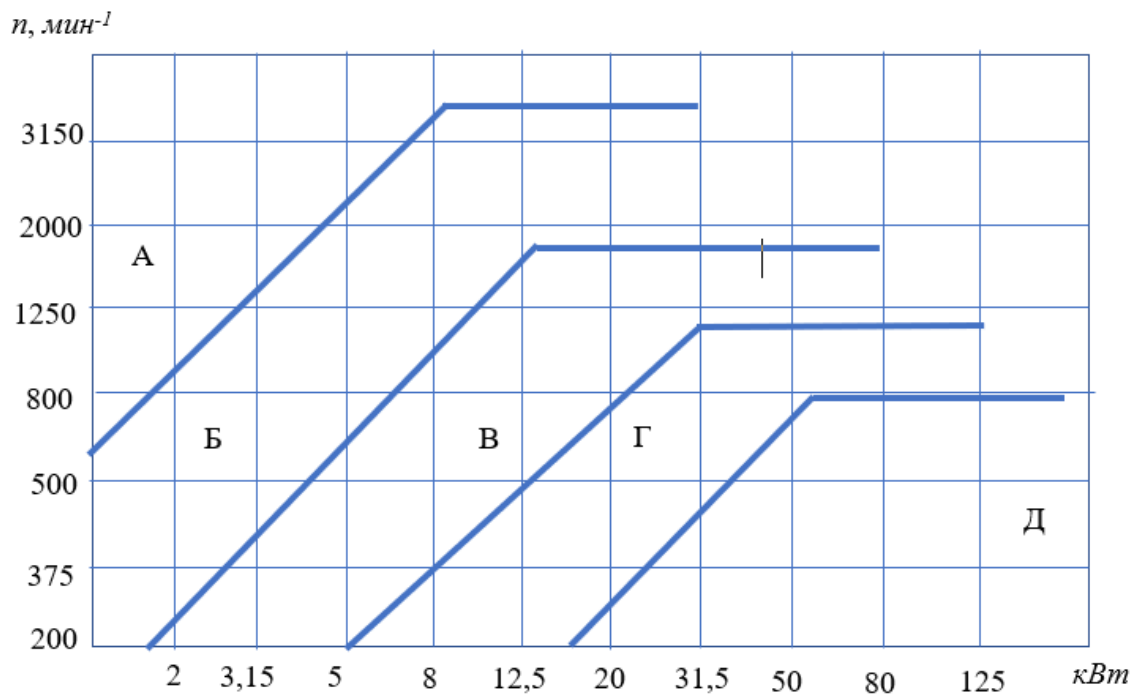
$[P_t]_0$ - допустимая окружная сила, для образцовой передачи .

Пример расчета ременных передач.

Мощность на ведущем шкиве клиноременной передачи, используемого для приведения станка в движение, $P = 8 \text{ кВт}$, $n_1 = 960 \text{ мин}^{-1}$, $u = 2,5$.

Рассчитать данную ременную передачу.

Решение задачи. I. Выбор ремня. Соответствующий ремень для данной передачи, зависящая от передаваемой мощности и частоты вращения, берется из номограммы (рис.21.8).



21.8-рис. Номограмма

Выбирается ремень типа В. Размеры ленты и диаметр ведущего шкива d_1 берут из таблицы 1 (21.8-рис.).

Таблица 21.1. Размеры клиновидных ремней, изготовленных на основе DSt 1284-80 диаметр ведущего шкива

Сечение	l_x мм	W мм	T_0 мм	Поперечное сечение, A см ²	Масса ремня, кг/м	L_x , мм	$\Delta L = L - L_u$	d_1 минимальный расчётный диаметр ведущего шкива
О	8,5	10	6,0	0,47	0,06	400-2500	25	63
А	11,0	13	8,0	0,81	0,10	500-4000	35	90
Б	14,0	17	10,5	1,38	0,18	800-6300	40	120
В	19,0	22	13,5	2,30	0,30	1800-10000	59	200
Г	27,0	32	19,0	4,76	0,60	3150-14000	76	315
Д	32,0	38	23,5	6,92	0,90	4500-18000	95	500
Е	42,0	50,0	30,0	11,72	1,52	6300-19000	120	800

$l_x=14,0$ мм; $W=270,0$ мм; $T_0=10,5$ мм;

$L_x=800-8300$ мм; $d_1=125$ мм; $A=1,38$ см².

2. Диаметр ведущего шкива:

$$d_2 = d_1 \cdot u = 125 \cdot 2,5 = 312,5 \text{ мм.}$$

исходя из стандарта принимаем это значение как $d_2 = 315 \text{ мм.}$

3. Учитывая проскальзывание ремня, определим фактическое передаточное число передачи ;

$$u_x = d_2/d_1(1-\varepsilon) = 315/125(1-0,01) = 2,54$$

разница передаточного числа может варьироваться до 3%

$$\Delta u = (u_x - u)/u \cdot 100 = (2,54 - 2,5)/2,5 \cdot 100 = 1,6 \%$$

4. скорость движения ремня

$$V_1 = \pi \cdot d_1 \cdot n_1 / 60 = 3,14 \cdot 0,125 \cdot 960 / 60 = 6,28 \text{ м/с}$$

5. Межосевое расстояние

$$a_{min} = 0,55(d_1 + d_2) + T_o = 0,55 \cdot (125 + 315) = 252,5 \text{ мм}$$

$$a_{max} = d_1 + d_2 = 125 + 315 = 440 \text{ мм}$$

принимаем $a = 340 \text{ мм.}$

6. Длина ремня

$$L_x = 2a + \pi/2 \cdot (d_1 + d_2) + (d_2 - d_1)^2 / 4a = 1397 \text{ мм.}$$

Исходя из стандарта, принимаем $L_x = 1400 \text{ мм}$ (таблица 21.1)

7. Фактическое межосевое расстояние

$$a = 0,25[(L_x - \pi/2 \cdot (d_1 + d_2)) + \sqrt{L_x - \pi/2 \cdot (d_1 + d_2) - 8(d_2 - d_1)^2}] =$$
$$0,25[1400 - 3,14/2 \cdot (125 + 315) + \sqrt{(1400 - 3,14/2 \cdot (125 + 315) - 8(315 - 125)^2)}] = 341$$

мм.

Угол охвата ведущего шкива

$$\alpha_1 = (180^\circ - 57^\circ) \cdot (d_2 - d_1) / a = 180^\circ - 57^\circ \cdot (315 - 125) / 341 = 149^\circ;$$
$$\alpha > [\alpha] = 120^\circ$$

8. Расчетная мощность передачи

$$P_x = P_0 \cdot C_\alpha \cdot C_L / C_p \text{ кВт}$$

$$P_0 = 3,45 \text{ кВт}$$

$$\text{при } \alpha = 149^\circ \quad S_\alpha = 0,92; L_x = 1400 \text{ мм, } C_L = 0,90$$

$S_r = 1,1$ при среднем режиме работы

$$R_x = 3,45 \cdot 0,92 \cdot 0,90 / 1,1 = 2,6 \text{ кВт}$$

9. Количество ремней:

$$Z = P_l / P_x \cdot C_z = 8 / 2,6 \leq 0,95 = 3,23.$$

$$C_z = 0,95$$

Принимаем для передачи четыре ремня.

10. Сила натяжения в каждого ремня

$$S_0 = 850 \cdot C_p \cdot C_L / z \cdot V \cdot S_a + \theta \cdot V^2 = 850 \cdot 1,1 \cdot 0,98 / 4 \cdot 6,28 \cdot 0,92 + 0,18 \cdot (6,28)^2 = 52 \text{ Н}$$
$$\theta = 0,18$$

11. Сила, действующая на вал

$$Q = 2S_0 \cdot z \cdot \sin(\alpha/2) = 2 \cdot 52 \cdot 4 \cdot \sin 74^\circ 30' = 311 \text{ Н}.$$

22. Зубчатые передачи.

22.1. Прямозубые и косозубые цилиндрические передачи.

22.1.1. Цилиндрические зубчатые передачи.

Под зубчатой передачей понимается механизм, преобразующий вращательное движение в передаточное или иное, вызванное зубчатым зацеплением.

Зубчатая передача представляет собой трехзвенный механизм, зубчатые колеса в котором представляют собой 2 подвижных звена и неподвижные звенья, образующие вращательное или поступательное движение.

Передача величины крутящего момента на ведомый вал происходит за счет силы давления, оказываемого зубьями шестерни на поверхность зубьев зубчатого колеса. Меньшая из зубчатых колес называется шестерней, а большая-колесом.

Зубчатые передачи классифицируются следующим образом.

Расположением валов относительно друг друга:

- цилиндрические, параллельные оси (22.1-рис., а)
- коническая, оси вала пересекаются (рис. 22.1, е, ж, з)
- червячные, винтовые, гипоидные, оси перекрещиваются.

В зависимости от расположения зубьев колеса:

- прямозубый;
- косозубые;

-круговые.

В зависимости от ступеней.

- одноступенчатый
- двухступенчатый
- трехступенчатый
- многоступенчатый.

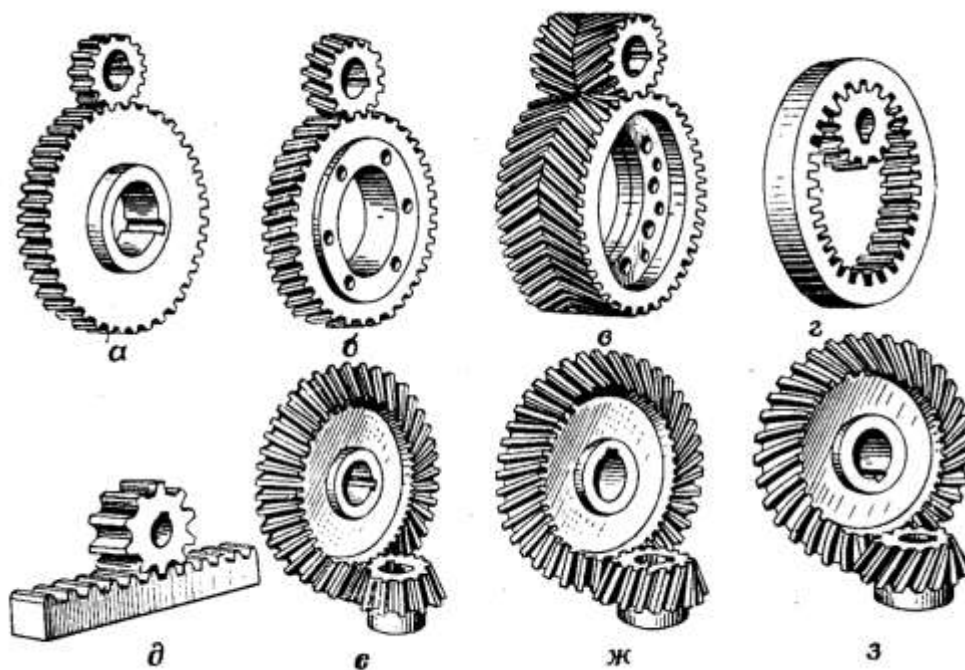
Шестерни с внутренним и внешним сцеплением, зубчатые рейки.

По угловой скорости.

- тихоходные ($v=3 \text{ м/с}$)
- среднеходные ($v=3 \dots 15 \text{ м/с}$)
- быстроходные ($v> 15 \text{ м/с}$)

По классификации вращения валов:

- простой;
- планетарный (пространственный);
- волновой.



22.1-рис. Основные виды зубчатых колес:

а-цилиндрическая прямозубая шестерня с внешним зацеплением и параллельные валы; б-цилиндрическая косозубая с внешним зацеплением и параллельные валы, в-цилиндрическая шевронная с внешним зацеплением и параллельные валы, г-цилиндрическая прямозубая с внутренним зацеплением и параллельные валы, д-зубчатая

рейка; е-коническая прямозубая шестерня; ж-коническая косозубая шестерня; з-конический круговой зуб.

Механизм передачи движения от одного вала к другому посредством зубчатых колес называется зубчатой передачей.

Шестерни достигают в диаметре от 1 мм до нескольких метров. В зависимости от расположения осей валов относительно друг друга передачи делятся на следующие виды:

- оси вала с цилиндрическими колесами, параллельными друг другу;
- оси валов с пересекающимися коническими колесами;
- оси валов с перекрещивающимися винтовыми колесами и гипоидными коническими колесами;
- червячные передачи.

В зависимости от расположения зубьев на поверхности колеса бывают прямозубые, косозубые и шестерни с круговыми зубьями.

По форме профиля зуба делятся на эвольвентные и циклоидные виды.

Поскольку зубья зубчатых колес одновременно зацепляются по всей длине и в процессе зацепления могут возникать дополнительные динамические силы, вызывающие шум при движении с большой скоростью. Вот почему цилиндрические прямозубые колеса в основном используются в передачах с малой и средней скоростью.

В зависимости от категории цилиндрических зубчатых колес они делятся на: прямозубые с внешней и внутренним зацеплением, косозубые с внешним зацеплением, шевронные с внешним зацеплением, зубчатые с рейкой с внешним зацеплением и, в зависимости от формы зубьев, на эвольвентные и круговые.

Передаточное число передачи определяется:

$$u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}; \quad (22.1)$$

где: n_1, n_2 .- количество оборотов ведущей и ведомых шестерён;

d_1, d_2 -делительные диаметры зубчатых колёс;

z_1, z_2 -число зубьев ведущего и ведомых колёс.

Стандартные значения передаточных чисел передач u : 1; 1,25; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12.

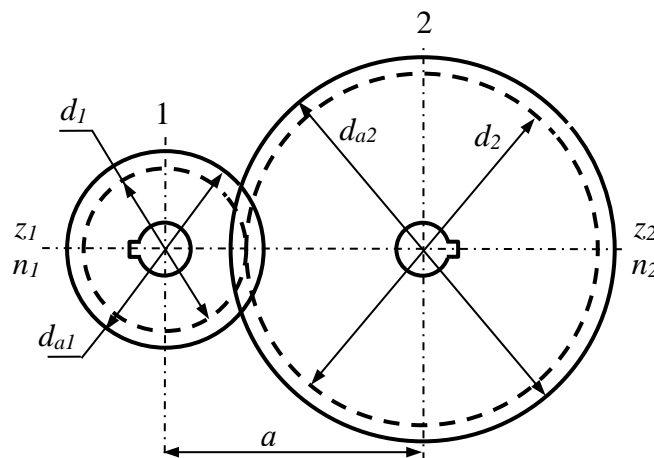
22.1.2. Энергетические и кинематические показатели цилиндрической зубчатой передачи.

Рассматривая передачу как отдельный агрегат, необходимо различать входные и выходные параметры:

- валы-входные (ведущие) и выходные (ведомые);
- входная и выходная мощность P_1 и P_2 (кВт);
- быстроходная-классифицируется по величине n_1 на входе и тихоходная n_2 на выходе.

Передачу, помимо вышеперечисленных основных параметров , классифицируют также по коэффициенту полезного действия η , передаточному числу u и угловым скоростям ω_1, ω_2 .

Геометрические показатели цилиндрической зубчатой передачи.



22.2-рис. Схема цилиндрической передачи:
1 - шестерня; 2-зубчатое колесо

Делительный диаметр - диаметр окружности, по которой в процессе резания будет проходить режущий инструмент:

$$d = p_t z / \pi = m z . \quad (22.1)$$

Начальная окружность - это гипотетические круги, в которых один круг катится по второму кругу без скольжения:

$$d_w = m z \quad (22.2).$$

В коррелированных (исправленных) передачах ($\Sigma x=0$) начальный и делительный диаметр совпадают:

$$d_w = d = m z. \quad (22.3)$$

Модуль зацепления-модуль окружности зубьев (основной параметр размеров зубьев):

$$m = p_t / \pi. \quad (22.4)$$

Размеры модулей стандартизированы от 0,05 мм до 100 мм.

Шаг зацепления по окружности: p_t -расстояние между одноименными профилями на соседних зубьях по дуге начальной окружности.

Полюс зацепления: O - точка касания начальных окружностей.

Диаметр окружности по вершинам зубьев:

$$d_a = d_w + 2 h_a = d_w + 2 m. \quad (22.5)$$

Диаметр окружности по дну зуба:

$$d_f = d_w + 2 h_f = d_w + 2,5 m. \quad (22.6)$$

Высота головки зуба -высота зубьев между делительными окружностями и окружностями вершин зубьев:

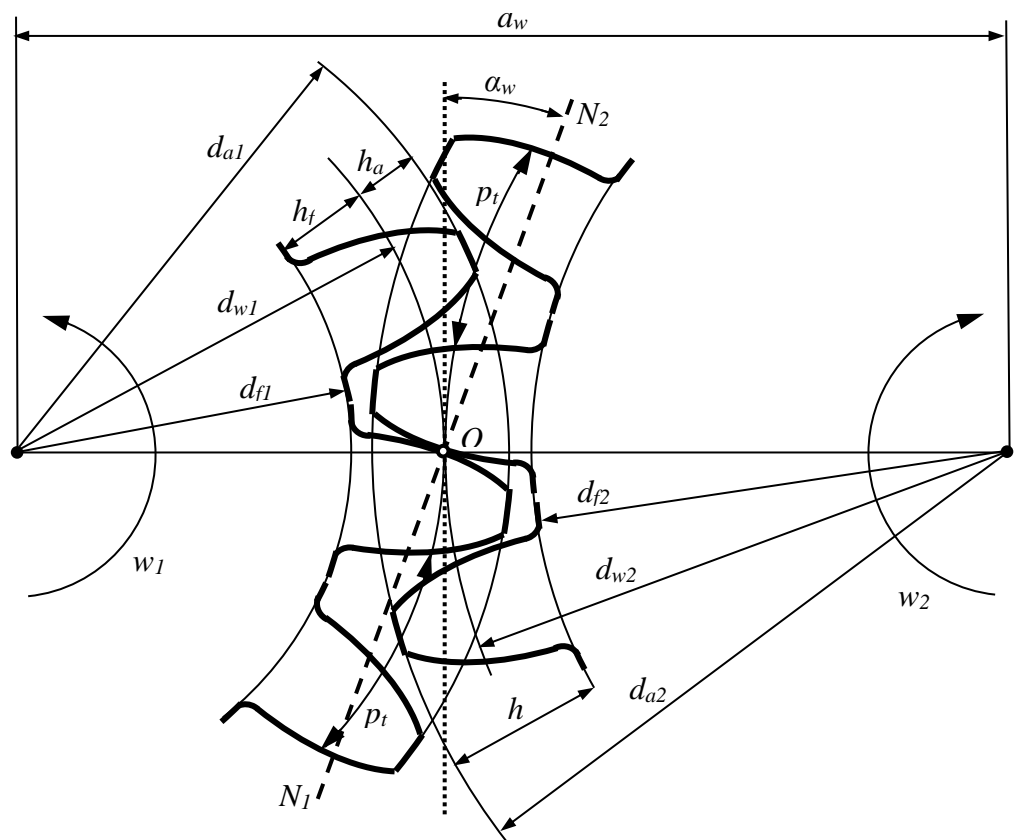
$$h_a = m = (d_a - d_w) / 2. \quad (22.7)$$

Высота основания зуба-высота зубьев между делительными окружностями и окружностью дна зуба:

$$h_f = 1,25m = (d_w - d_f) / 2. \quad (22.8)$$

Высота зуба :

$$h = h_a + h_f. \quad (22.9)$$



22.3-рис. Схема эвольвентного зубчатого зацепления

Межосевое расстояние-сумма радиусов начальных окружностей шестерни и колеса:

$$a_w = (d_{w1} + d_{w2}) / 2 ; \quad a_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = 0,5 z_c m . (22.10)$$

Количество зубьев: z_1 – для шестерни, z_2 – для колеса. Количество зубьев, рекомендуется брать больше $z_{min}=18$. Количество зубьев на первую ступень в редукторах рекомендуется брать $z_1=22...36$.

Общее количество зубьев:

$$z_c = z_1 + z_2 . (22.11)$$

Передаточное отношение (число):

$$i = w_1 / w_2 = n_1 / n_2 ; (22.12)$$

где: w_1 и w_2 -угловая скорость шестерни и колеса (рад/с);

n_1 и n_2 -число оборотов шестерни и колеса (об/мин).

В редукторах передаточное число равно передаточному числу: $i = u$.

Передаточное число:

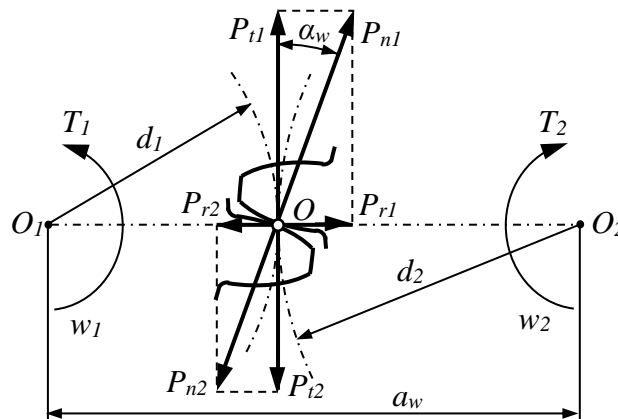
$$u = z_1 / z_2 . (22.13)$$

Передаточное число u является частным случаем передаточного числа, которое отличается от i тем, что величина i всегда больше единицы, положительна и применяется только к паре зубчатых колес.

Линия зацепления: N_1N_2 - это линия смещения точки сцепления зубьев, которая проходит через полюс зацепления.

Угол зацепления: $\alpha_w = 20^\circ$ - угол между начальными окружностями на полюсе замыкания и линией зацепления.

Силы в зацеплении цилиндрической передачи – силы взаимодействия между зубьями определяются на O -полюсе сцепления (4-рис.).



22.4-рис. Силы в прямозубом зубчатом зацеплении

Окружная сила:

$$P_t = 2 T_1 / d_1 ; (22.14)$$

где: T_1 -крутящий момент на ведущем колесе.

На ведущее колесо действуют силы P_t и T_1 в направлении угловой скорости, а на ведомое колесо – в обратном направлении, что приводит к скручиванию и изгибу вала.

Радиальная сила:

$$P_r = P_t \operatorname{tg} \alpha_w . (22.15)$$

Сила P_r направлена от точки контакта к центру колеса, что приводит к изгибу вала.

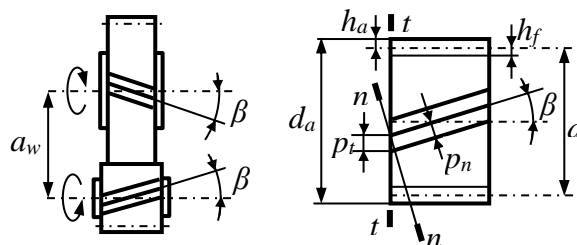
Нормальная или равнодействующая сила:

$$P_n = \frac{P_t}{\cos \alpha_w} = \frac{2T_1}{d_1 \cos \alpha_w} \quad (22.16)$$

P_n сила действует вдоль нормали к поверхности зубьев в плоскости зацепления.

22.1.3. Косозубые передачи.

В цилиндрическом колесе зубья расположены по винтовой линии, в то время как зубья называются винтовыми или косозубыми. Косозубые передачи используются в ответственных механизмах на средних и высоких скоростях. Характеристики таких передач измеряются в направлениях сечений боковой $t-t$ и нормальной $n-n$ (22.5-рис).



22.5-рис. Косозубые передачи:

а – косозубое зубчатое зацепление; б-геометрические размеры косозубого зубчатого колеса

Торцевой шаг:

$$p_t = p_n / \cos \beta; (22.17)$$

где: p_n - нормальный шаг; β -угол отклонения.

Торцевой модуль:

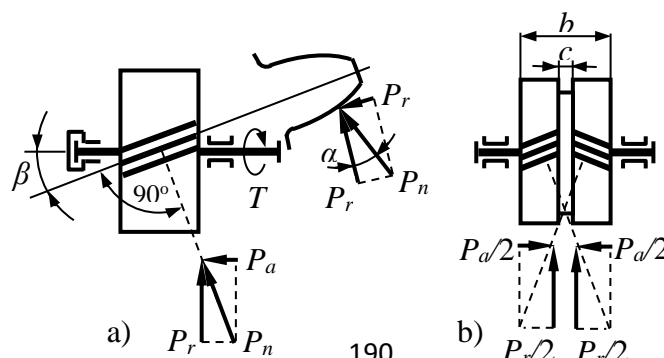
$$m_t = m_n / \cos \beta; (22.18)$$

где: m_n -нормальный модуль.

Делительные и начальные диаметры:

$$d = d_w = m_t z = m_n z / \cos \beta. (22.19)$$

Силы на косозубых и шевронных зубчатых зацеплениях (22.6-рис).



22.6-рис. Цилиндрические передачи:
а – косозубая шестерня; б-шевронная шестерня

Окружная сила:

$$P_t = 2 T_l / d_l . \quad (22.20)$$

Осевая сила:

$$P_a = P_t \operatorname{tg} \beta . \quad (22.21)$$

Осевая сила, создает дополнительную нагрузку на опоры вала, что является недостатком косозубых передач. Однако у шевронных передач этого недостатка не будет.

Радиальная сила:

$$P_r = P_t \operatorname{tg} \alpha / \cos \beta . \quad (22.22)$$

Нормальная сила:

$$P_n = \frac{P_t}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} . \quad (22.23)$$

Точность зубчатых передач. Ошибки в изготовлении зубьев приводят к высокому шуму и преждевременному износу передачи в процессе работы. По этой причине точность изготовления передач определяется стандартом (табл.22.1).

Таблица 22.1 .Точность зубчатых передач

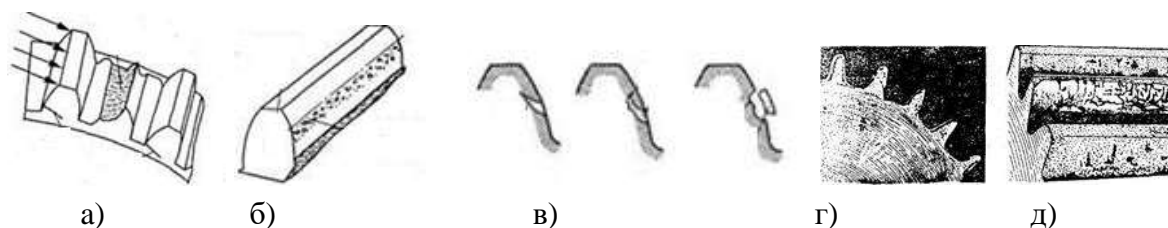
Передача	Зубья	Степень точности			
		6	7	8	9
		Окружная скорость (м/с)			
Цилиндрические	Прямые	15	10	6	3
	Косые	30	15	10	6
Конические	Прямые	9	6	4	2,5

Материалы для зубчатых передач. В зависимости от твердости рабочей поверхности стальные шестерни делятся на две группы:

а) с твердостью $HB < 350$: используется в передачах с нормальной, улучшенной, повышенной, легкой и средней нагрузкой (20, 40, 45, 40Л, 35Х, 40Х, 50Г и т. д.);

б) с твердостью $HB > 350$: используется в закалённых, азотированных, цементированных, сильно нагруженных передачах (20Х, 12ХН3А, 40ХНМА, 38ХМЮА и т. д.).

Виды износа зубьев. В процессе работы передачи на зубья действуют силы нагрузки и трения в зацеплении. И это в той или иной степени вызывает износ зубьев.



22.7-рис. Виды износа зубьев.

22.1.4. Примеры расчета цилиндрических прямозубых и косозубых передач.

Определение кинематического и геометрического параметра цилиндрической передачи.

Задача.

Для эвольвентной зубчатой передачи даны $t=10$ мм, $z_1=20$, $n_1=1400$ об/мин, $u=2,25$. Определить геометрические и кинематические параметры эвольвентной зубчатой передачи, начертить схему основных геометрических параметров цилиндрической эвольвентной зубчатой передачи.

Решение

Делительный диаметр шестерни: $d_1 = m z_1 = 10 \times 20 = 200$ мм.

Количество зубьев колеса: $z_2 = u z_1 = 2,25 \times 20 = 45$.

Общее количество зубьев: $z_c = z_1 + z_2 = 20 + 45 = 65$.

В передачах без перемещений начальный и делительный диаметр совпадают:

$$d_1 = d_{w1}; d_2 = d_{w2}.$$

Диаметр окружности по вершинам зубьев:

- шестерня $d_{a1} = d_{w1} + 2m = 200 + 2 \times 10 = 220$ мм;

- колесо $d_{a2} = d_{w2} + 2m = 450 + 2 \times 10 = 470$ мм.

Диаметр окружности по впадинам зуба:

- шестерня $d_{f1} = d_{w1} - 2,5m = 200 - 2,5 \times 10 = 175 \text{ мм}$;

- колесо $d_{f2} = d_{w2} - 2,5m = 450 - 2,5 \times 10 = 425 \text{ мм}$.

Шаг зацепления: $r_t = t\pi = 10 \times 3,14 = 31,4 \text{ мм}$.

Высота головки зуба: $h_a = \frac{d_{a1} - d_{w1}}{2} = \frac{220 - 200}{2} = 10 \text{ мм}$.

Высота основания зуба: $h_f = \frac{d_{w1} - d_{f1}}{2} = \frac{200 - 175}{2} = 12,5 \text{ мм}$.

Высота зуба: $h = h_a + h_f = 10 + 12,5 = 22,5 \text{ мм}$.

Межосевое расстояние:

$$a_w = \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} = \frac{200 + 450}{2} = 325 \text{ мм}.$$

Количество оборотов колеса: $n_2 = n_1 / i = 1400 / 2,25 = 622 \text{ об/мин}$.

Угловая скорость шестерни:

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 1400}{30} = 146,5 \text{ рад/мин} = 2,44 \text{ рад/с}$$

$$\omega_1^o = \frac{180}{\pi} \omega_1 = \frac{180}{3,14} 146,5 = 8398 \text{ град/мин} = 140 \text{ град/с}.$$

Угловая скорость колеса:

$$\omega_2 = \omega_1 / i = 146,5 / 2,25 = 65,1 \text{ рад/мин} = 1,08 \text{ рад/с}.$$

$$\omega_2^o = \frac{180}{\pi} \omega_2 = \frac{180}{3,14} 65,1 = 3732 \text{ град/мин} = 62 \text{ град/с}.$$

Полученные результаты записываются в таблицу.

Таблица 22. 2. Результаты расчётов

Геометрические параметры		обозначение	единица измерения	величина
Модуль зацепления		t	мм	10
Делительный диаметр	шестерня	d_1	мм	200
	колесо	d_2	мм	450
Диаметр выступов зубьев	шестерня	d_{a1}	мм	220
	колесо	d_{a2}	мм	470
Диаметр впадин зубьев	шестерня	d_{f1}	мм	175
	колесо	d_{f2}	мм	425
Высота головки зуба		h_a	мм	10
Высота основы зуба		h_f	мм	12,5
Высота зуба		h	мм	22,5
Окружной шаг зацепления		r_t	мм	31,4
Межосевое расстояние		a_w	мм	325
Кинематические параметры				
Передаточное число		i		2,25

Передаточное отношение		u		2,25
Количество зубьев:	шестерня	z_1		20
	колесо	z_2		45
Суммарное число зубьев		z_s		65
Частота вращения:	шестерня	n_1	об/мин	1400
	колесо	n_2	об/мин	622
Угловая скорость:	шестерня	ω_1	об/мин	146,5
	колесо	ω_2	об/мин	65,1
Передачи				КПД
Зубчатая закрытая передача (редуктор):				
цилиндрическая				0,97...0,98
коническая				0,96...0,97
Зубчатая открытая передача				0,96...0,97
Червячная закрытая передача,				
число заходов червяка: $Z_1 = 1$				0,70...0,75
$Z_1 = 2$				0,80...0,85
$Z_1 = 4$				0,85...0,95
Цепная закрытая передача				0,95...0,97
Цепная открытая передача				0,90...0,95
Ременная передача плоским ремнем				0,96...0,98
с клиновым ремнем				0,95...0,97
Подшипники: подшипники качения (пара)				0,99...0,995
подшипники скольжения (пара)				0,98...0,99

2) Начертим схему зубчатого зацепления.

Определяем масштаб для схемы. Принимаем межосевое расстояние на схеме $a_s = 140$ мм. Тогда масштаб $M = a_s / a_w = 140/325 = 0,43$. (М 0,43: 1).

Делительный диаметр: для шестерни $d_{1s} = d_1 M = 200 \times 0,43 = 86$ мм;

для колеса $d_{2s} = d_2 M = 450 \times 0,43 = 193,8$ мм.

Диаметр окружности по вершинам зубьев:

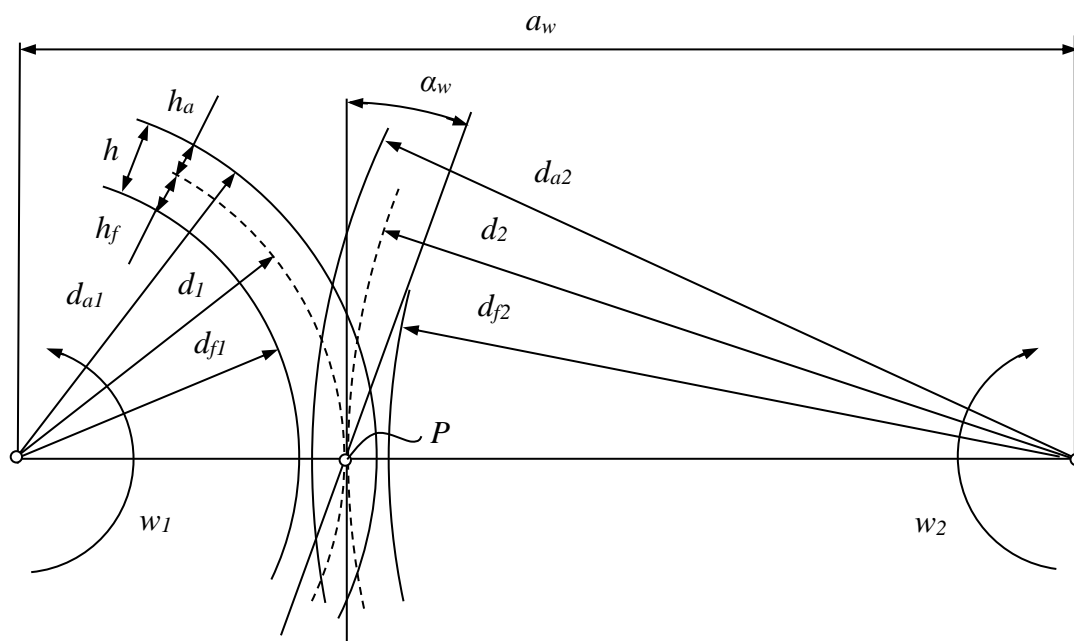
для шестерни $d_{a1s} = d_{a1} M = 220 \times 0,43 = 94,6$ мм;

для колеса $d_{a2s} = d_{a2} M = 470 \times 0,43 = 202,1$ мм.

Диаметр окружности по впадинам зубьев:

для шестерни $d_{f1s} = d_{f1} M = 175 \times 0,43 = 75,25$ мм;

для колеса $d_{f2s} = d_{f2} M = 425 \times 0,43 = 182,75$ мм.



22.8-рис. Схема основных геометрических параметров цилиндрического эвольвентного зубчатого зацепления ($M = 0,43$).

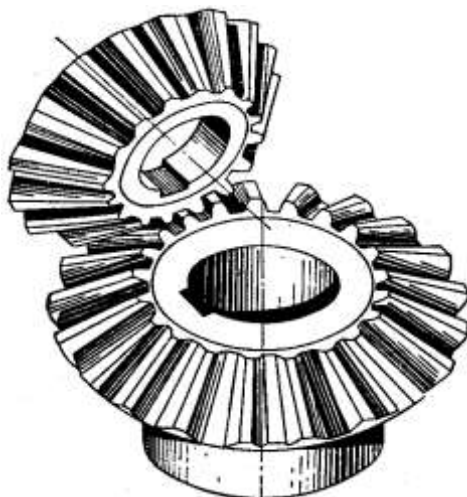
22.2. Коническая зубчатая передача.

Шестерни, оси которых пересекаются под углом α друг к другу, называются коническими зубчатыми передачами. Угол между осями $\delta = 90^\circ$ является самым распространённым. Конические колеса бывают прямозубыми, косозубыми и круговыми (22.9-рис).

Конические передачи имеют несколько более сложную конструкцию, чем цилиндрические передачи, что затрудняет их изготовление и сборку. Для нарезания зубьев на конических колесах потребуется специальный станок и инструмент. Кроме допусков на габариты передачи, в передачах этого типа также устанавливаются допуски на углы δ_1 и δ_2 . При сборке необходимо следить за тем, чтобы концы конусов сходились в одной точке. Однако конические передачи не могут быть изготовлены с точностью до уровня цилиндрических передач.

Сложность пересечения осей передачи в одной точке зависит от расположения опор, обычно одно из колес устанавливается консольным способом. Это вызывает неравномерное распределение силы, действующей на зубья колеса. Конические шестерни имеют силы в направлении оси, что

усложняет конструкцию опоры. Эти обстоятельства, с другой стороны, приводят к тому, что передача передает 85% нагрузки по сравнению с цилиндрической передачей. Несмотря на перечисленные выше недостатки, конические передачи распространены в технике, основной причиной этого является возможность передачи движения под определенным углом.



22.9-рис.Прямозубая коническая передача.

При сборке передачи зацепления зубьев можно регулировать с помощью валов или в направлении оси относительно них, чтобы зацепление было правильным. Конические передачи устанавливаются на скоростную часть машин, так как изготовление конического колеса больших размеров создает некоторые технические неудобства.

На передачах с относительно небольшой скоростью вращения (2-3 м/с, иногда допускается до 8 м/с) рекомендуется использовать прямозубые шестерни, а при большой величине шестерни с круговыми зубьями.

Плавность движения на вращающихся зубчатых передачах позволяет буксировать большое количество грузов, а простота технологии изготовления расширяет границы их использования.

Область применения.

Одноступенчатые конические редукторы широко используются в машиностроении, в том числе в бронетанковой и автомобильной технике.

Например:

1. Т-62, Т-72 танковый вентиляторный агрегат.
2. Т-62, Т-72 танковый топливный насос.
3. Механизм поворота башни на танках.
4. БНК-12ТК водяного насоса.
5. БТР, БРДМ, автомобильные главные передачи.

22.2.1. Энергетические и кинематические показатели конической передачи.

Энергетические и кинематические показатели конической передачи определяется следующим образом.

Если у привода ленточной передачи сила тяги равна F_t , полезная сила, передаваемая через ленту на ленточном конвейере, равна R_l , скорость ленты равна V_l , количество зубьев звездочки равно z_3 .

Тогда мощность на ведомом валу привода определяется следующим образом:

$$P_{вых} = \frac{F_t \cdot V_l}{1000}, кВт \quad (22.24)$$

Требуемая мощность:

$$P_{тр} = \frac{P_{вых}}{\eta_{об}}; кВт \quad (22.25)$$

где $\eta_{об}$ -общий коэффициент полезного действия редуктора

$$\eta_{обш} = \eta_{он} \cdot \eta_{ц} \cdot \eta_{з.п} \cdot \eta_{м}; \quad (22.26)$$

$\eta_{он}$ - коэффициент, учитывающий мощность, затрачиваемую на трение в паре подшипников качения.

$\eta_{ц}$ - коэффициент, учитывающий цепную передачу

$\eta_{з.п}$ - К.П.Д. для пары зубчатых колес.

$\eta_{м}$ - К.П.Д. для муфты.

Коэффициент полезного действия выберем из таблицы 3

$$1.1. \quad \eta_{он} = 0,99; \eta_{ц} = 0,92 \dots 0,95; \eta_{з.п} = 0,9 \dots 0,98, \eta_{м} = 0,98$$

Количество оборотов вала в приводе

$$n_2 = \frac{n_1}{u} \quad (22.27)$$

Диаметр звездочки с помощью силы тяги ветвей

$$D_3 = \frac{P_{36}}{\sin\left(\frac{180^\circ}{\Gamma_{36}}\right)}; \text{ мм} \quad (22.28)$$

Требуемое количество оборотов электродвигателя.

$$n_{\text{дв}} = n_l = n_m \text{ и об/мин};$$

где: u -выбирается из таблицы.

Таблица 22.3. Данные передачи.

Виды передач	Твёрдость зубьев HB или HRC	Передаточные u
Для тихоходной ступени всех цилиндрических редукторов (u_m)	Любые ≤ 350 HB 40...56 HRC 56...63 HRC	2,0...6,3 2,5...5,0 2,5...5,0 2...4
Для быстроходной ступени редукторов (u_b)	≤ 350 HB 40...56 HRC 56...63 HRC	3,15...5 3,15...5 2,5...4
Каробка передач	Любые	1...2,5
Конические	≤ 350 HB	1...4
Червячные	-	16...50
Цепные	-	1,5...4
Ременные	-	2...4

Передаточные числа выбираем из таблицы 22.3; для цепной передачи u_c = 1,5...4; зубчатой передачи u_z = 2,5... 5,0.

Электродвигатель выбирается по таблице 22.4.

Таблица 22.4. Электродвигатели.

Мощность, кВт	Синхронная частота вращения, об/мин					
	3000			1500		
	Тип двигателя	S, %	d_e , мм	Тип двигателя	S, %	d_e , мм
0,55	4AA63B2Y3	8,5	14	4A71A4Y3	7,3	19
0,75	4A71A2Y3	5,9	19	4A71B4Y3	7,5	19
1,1	4A71B2Y3	6,3	19	4A80A4Y3	5,4	22
1,5	4A80A2Y3	4,2	22	4A80B4Y3	5,8	22
2,2	4A80B2Y3	4,3	22	4A90L4Y3	5,1	24
3,0	4A90L2Y3	4,3	22	4A100S4Y3	4,4	28
4,0	4A100S2Y3	3,3	28	4A100L4Y3	4,7	28
5,5	4A100SL2Y3	3,4	28	4A112M4Y3	3,7	32
7,5	4A112M2Y3	2,5	32	4A132S4Y3	3,6	38
11	4A132M2Y3	2,3	38	4A132M4Y3	2,8	38
Мощность, кВт	Синхронная частота вращения, об/мин					
	1000			750		
	Тип двигателя	S, %	d_e , мм	Тип двигателя	S, %	d_e , мм

0,55	4A71B6Y3	10,0	19	4A80B8Y3	9,0	22
0,75	4A80A6Y3	8,4	22	4A90LA8Y3	6,0	24
1,1	4A80B6Y3	8,0	22	4A90LB8Y3	7,0	24
1,5	4A90L6Y3	6,4	24	4A100L8Y3	7,0	28
2,2	4A100L6Y3	5,1	28	4A112MA8Y3	6,0	32
3,0	4A112MA6Y3	4,7	32	4A112MB8Y3	5,8	32
4,0	4A112MB6Y3	5,1	32	4A132S8Y3	4,1	38
5,5	4A132S6Y3	3,3	38	4A132M8Y3	4,1	38
7,5	4A132M6Y3	3,2	38	4A160S8Y3	2,5	42
11	4A160S6Y3	2,7	42	4A160M8Y3	2,5	42

Определим общее передаточное число привода.

$$u_{об} = \frac{n_э}{n_{вых}}; \quad (22.29)$$

$$u_{об} = u_{ц} \cdot u_{ред} \quad (22.30)$$

$$u_{ц} = \frac{u_{общ}}{u_{ред}};$$

Число оборотов быстро вращающегося вала

$$n_6 = n_1;$$

Количество оборотов тихоходного вала

$$n_2 = n_m = \frac{n_6}{u_{ред}} \text{ об/мин.}$$

Угловая скорость на валах.

$$\omega_6 = \frac{\omega_2}{u_{ред}}; \text{ рад/с} \quad (22.31)$$

Угловая скорость на ведомом валу:

$$\omega_2 = \frac{\pi \cdot n_2}{30}; \text{ рад/с} \quad (22.32)$$

Угловая скорость на ведущем валу:

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30}; \text{ рад/с}$$

Крутящий момент вала привода:

$$T_n = \frac{F_t \cdot L_{зв}}{2}; \text{ Нм} \quad (22.33)$$

Крутящий момент тихоходного вала редуктора:

$$T_m = \frac{T_{вых}}{u_{ц} \cdot \eta_{ц} \cdot \eta_{з.н}} \text{ Нм} \quad (22.34)$$

Крутящий момент быстроходного вала редуктора:

$$T_b = \frac{T_T}{u_{ред} \cdot \eta_{з.н}} \text{ Нм} \quad (22.35)$$

22.2.2. Геометрические характеристики конической передачи.

Термины, обозначения и понятия, используемые в конических передачах на территории бывшего Союза применяется на практике в соответствии с требованиями ГОСТ16530-70.

Вместо начальных и делительных окружностей в цилиндрической передаче в конической передаче используется понятие начального и делительного конуса. При этом ось конуса совпадает с осью общего конуса, а основной соответствует начальному конусу. Зубчатое колесо ограничено внешней и внутренней боковыми плоскостями.

Для конических прямозубых и косозубых шестерен зубья являются нормальными зубьями с уменьшающейся формой. Вершина наружного и внутреннего конусов в этом случае совпадает между собой. приведенные ниже геометрические расчеты подходят для этих колес. Размеры зуба и модуля приведены для внешнего дополнительного конуса, так как в этом месте измерять форму зуба несколько удобнее.

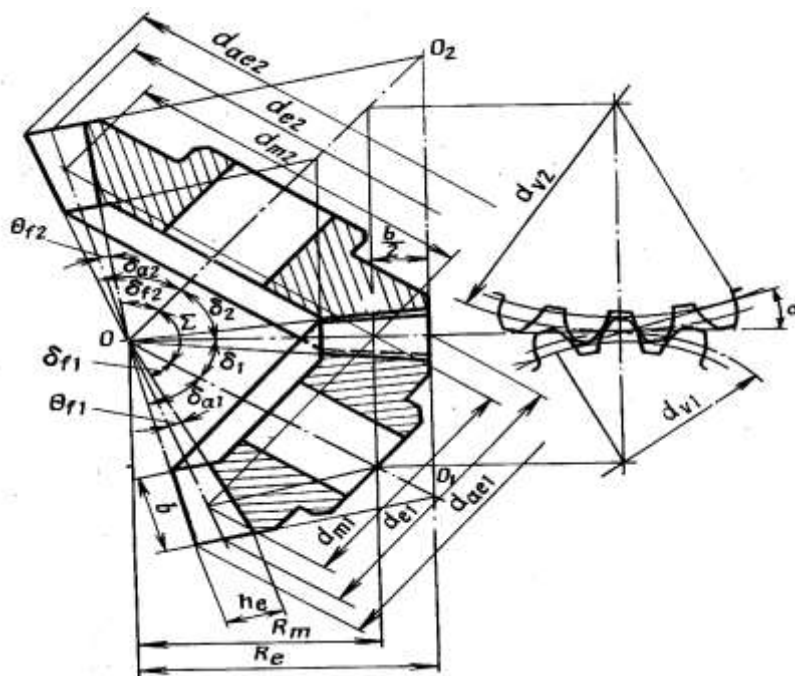
На рис. 22.10 показаны основные размеры прямозубой конической передачи.

Диаметры внешних делительных (начальных) окружностей

$$d_{e1}=m_{te}Z_1; \quad d_{e2}=m_{te}Z_2 \quad (22.36)$$

где m_{te} -стандартный внешний окружной модуль;

Z_1 и Z_2 -число зубьев шестерни и колеса;



22.10-рис. Система геометрического расчёта на конических передачах.

Наружные диаметры выступов:

$$d_{ae1}=d_{e1}+2h_{ae1}\cos\delta_1; d_{ae2}=d_{e2}+2h_{ae2}\cos\delta_2, (22.37)$$

где: $h_{ae1} = m_{te} = h_{ae2}$ -наибольшее значение высоты головки зуба;

δ_1 и δ_2 –углы делительного конуса. Его значение $\operatorname{tg} \delta_1 = Z_1/Z_2$; $\delta_2 = 90^\circ - \delta_1$

внешнее конусное расстояние:

$$R_e = 0,5 m_{te} Z_c \quad (22.38)$$

где $Z_c = Z_1 + Z_2$ -сумма зубьев шестерни и колеса.

Внешняя высота зуба конического зубчатого колеса.

$$h_e = 2m_{te} + C, \quad (22.39)$$

где $C = 0,2 m_{te}$,

h_m -средняя высота;

h_i -внутренняя высота;

делительные диаметры;

$$d_{m1} = m_{nm} Z_1 \text{ и } d_{m2} = m_{nm} Z_2, \quad (22.40)$$

где m_{nm} -нормальный средний модуль, значение которого

$$m_{nm} = m_{te} (1 - 0,5 b / R_e), \quad (22.41)$$

конусные углы:

$$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_{f2}; \delta_{a2} = \delta_2 + \theta_{f1}, \quad (22.42)$$

где: θ_{f1} и θ_{f2} -угол ножки зуба

$$\operatorname{tg} \theta_{f1} = h_{fe1} / R_e; \operatorname{tg} \theta_{f2} = h_{fe2} / R_e; \quad (22.43)$$

наибольшая высота торца зуба:

$$h_{fe1} = h_e - h_{ae1} \text{ va } h_{fe2} = h_e - h_{ae2}; \quad (22.44)$$

угол конуса канавки:

$$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_{f1}; \delta_{f2} = \delta_2 - \theta_{f2}, \quad (22.45)$$

ширина венца

$$b \leq 0,3 R_e, \quad (22.46)$$

где: коэффициент ширины зуба:

$$k_{be} = b / R_e \leq 0,3$$

среднее конусное расстояние:

$$R_m = R_e - 0,5 b; \quad (22.47)$$

Передаточное число конической передачи:

$$u = Z_2 / Z_1 = d_{e2} / d_{e1} = n_1 / n_2 \operatorname{tg} \delta_2 \text{ или } 1/u = \operatorname{tg} \delta_1. \quad (22.48)$$

При расчете на прочность конических шестерен в виде цилиндрической шестерни берется диаметр и модуль начальной окружности, диаметр и модуль начальной окружности в среднем сечении для конического колеса, при этом профиль зубьев равен некоторому эквивалентному профилю зубьев колеса.

Диаметры эквивалентных колес :

$$d_{v1} = d_1 / \cos \delta_1 = d_{e1} (1 - 0,5 k_{ve}) / \cos \delta_1; \quad (22.49)$$

$$d_{v2} = d_2 / \cos \delta_2 = d_{e2} (1 - 0,5 k_{ve}) / \cos \delta_2;$$

где: $R_{be} = v / R_e$

Эквивалентное количество зубьев прямозубых колес;

$$Z_{v1} = Z_1 / \cos \delta_1; \quad Z_{v2} = Z_2 / \cos \delta_2; \quad (22.50)$$

эквивалентные передаточные числа:

$$u_v = d_{v2} / d_{v1} = \operatorname{tg} \delta_2 / \operatorname{tg} \delta_1 = u^2 \quad (22.51)$$

22.2.3. Силы в конических зубчатых передачах.

В линии зацепления зубьев прямозубых конических передач возникает полная сила давления R_n , которая состоит из трех составляющих сил, к которым относятся:

Окружная сила F_t , радиальная сила F_r и осевая сила F_a , величины этих сил определяются следующим образом.

Окружная сила

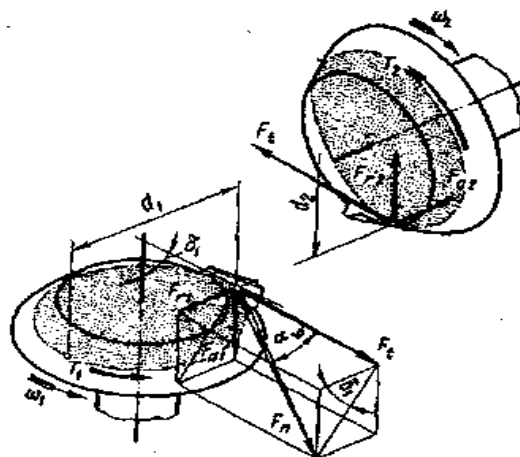
$$F_t = \frac{2T_2}{d_{m2}}; \quad d_{m2} = 0,857 d_{e2} \quad \text{мм} \quad (22.52)$$

Радиальная сила:

$$F_{r1} = F_{a2} = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta_1; \quad H; \quad (22.53)$$

Осевая сила:

$$F_{r1} = F_{a2} = F_{r1} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \delta_1; \quad H \quad (22.54)$$



22.11-рис. Схема действующих сил в зацеплении зубчатой передачи.
Касательная сила действующие на колесо становится осевой силой шестерни, а сила в направлении оси становится касательной силой.

22.2.4.Пример расчета конической зубчатой передачи.

Определение кинематических и энергетических показателей конической зубчатой передачи.

1. Исходные данные

1. Мощность на выходном валу редуктора: $P_t = 5,5 \text{ кВт}$.
2. Частота вращения выходного вала редуктора: $n_t = 578 \text{ об/мин}$.
3. Тип электродвигателя: 4А.
4. Передаточное число $u = 2,5$.

2. Выбор электродвигателя, кинематический и энергетический расчёт

1. Общий К.П.Д. редуктора.

$$\eta = \eta_{к.з} \times \eta_{под.}^2;$$

где $\eta_{к.з} = 0,97 \leq 0,98$ – К.П.Д. пары конических колес;

$\eta_{под.}^2 = 0,99 \dots 0,995$ – К.П.Д. пары подшипников качения.

Из этого мы получаем:

$$\eta = \eta_{к.з} \times \eta_{под.}^2 = 0,97 \times 0,992 = 0,95.$$

2. Требуемая мощность электродвигателя $P_{тр} = \frac{P_m}{\eta} = \frac{5,5}{0,95} = 5,7 \text{ кВт}$.

Примерная величина частоты вращения вала электродвигателя

$$n_{дв} = n_1 = n_t i = 580 (1,25 \dots 5,0) = 725 \dots 2000 \text{ об / мин.}$$

По величине $P_{тр}$ и $n_{дв}$ выбираем электродвигатель серии 4А13256U3:
мощность $P_{дв}=5,5 \text{ кВт}$;
частота асинхронного вращения $n=1500 \text{ об/мин}$;
коэффициент скольжения $S=3,3\%$.

Частота вращения вала электродвигателя

$$n_{дв}=n\left(1 - \frac{S\%}{100\%}\right) = 1500 \left(1 - \frac{3,3\%}{100\%}\right) = 1450 \text{ об/мин.}$$

Диаметр выходного вала электродвигателя $d_{дв}=32 \text{ мм}$.

Примечание. Если мощность электродвигателя задана, то выбор электродвигателя осуществляется в следующем порядке.

Выбираем электродвигатель мощностью $P=5,5 \text{ кВт}$: выбираем электродвигатель серии 4А; закрытый, вентилируемый, с синхронной частотой вращения $n_s=1500 \text{ об/мин}$, типа 4А13256U3, с коэффициентом скольжения $S=3,3\%$.

Частота асинхронного вращения:

$$n_{дв}=n\left(1 - \frac{S\%}{100\%}\right) = 1500 \left(1 - \frac{3,3\%}{100\%}\right) = 1450 \text{ об/мин.}$$

Диаметр выходного вала электродвигателя $d_{дв}=32 \text{ мм}$.

3. Кинематический расчет

1. Определяем передаточное число

$$i = \frac{n_{дв}}{n_m} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1450}{580} = 2,5$$

Из стандартного ряда выбираем $i=2,5$.

Более точно рассчитаем частоту вращения ведомого (тихоходного) вала:

$$n_2 = n_{дв} / i = 1450 / 2,5 = 580 \text{ об/мин.}$$

2. Определяем угловую скорость валов:

$$\text{ведущий (быстроходный)} - \omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 1450}{30} = 151,7 \text{ рад/с};$$

$$\text{ведомый (тихоходный)} - \omega_2 = \frac{\pi \cdot n_2}{30} = \frac{3,14 \cdot 580}{30} = 60,7 \text{ рад/с.}$$

4. Энергетический расчет

1. Крутящие моменты на валах:

- на ведущем (быстроходный) валу $T_1 = \frac{P_m}{w_1} = \frac{5,5 \cdot 10^3}{151,7} = 36,25 \text{ Нм}$;

- на ведомом (тихоходный) валу $T_2 = T_1 i \eta = 36,25 \times 2,5 \times 0,95 = 86 \text{ Нм}$.

Результаты расчётов заносим в таблицу.

Таблица 22.5. Результаты кинематического и энергетического расчета

Валы	Передаточное число, i	Частота вращения n , об/мин	Угловая скорость w , рад/с	Момент T , Нм
Ведущий	2,5	1450	151,7	36,25
Ведомый		580	60,7	86,0

Определение геометрических показателей конической передачи.

5. Внешний делительный диаметр окружности колеса:

$$d_{e2} = 2 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{335}{[\sigma_H]}\right)^2 \frac{T_2 \cdot K_H \cdot u}{(1 - 0,5 \phi_{be})^2 \phi_{be}}};$$

где $[\sigma_H] = 500 \text{ Н/мм}^2$ – допустимое контактное напряжение для колеса;

$T_2 = 86 \times 10^3 \text{ Н мм}$ – крутящий момент на колесе;

$i = 2,5$ – передаточное отношение;

$K_H = 1,35$ – коэффициент нагрузки, для консольно расположенного вала;

$\phi_{be} = b / R_e = 0,285$ – коэффициент ширины венца.

Так что:

$$d_{e2} = 2 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{335}{500}\right)^2 \frac{86 \cdot 10^3 \cdot 1,35 \cdot 2,5}{(1 - 0,5 \cdot 0,285)^2 \cdot 0,285}} = 171,5 \text{ мм}.$$

Принимаем $d_{e2} = 180 \text{ мм}$ по ГОСТу: межосевое расстояние для зубчатых передач: ...71, 80, 90, 100, 112, 125, 140, 160, 180, 200, 224, 250, 280, 315,....

Торцевой (внешний) модуль:

$$m_e = \frac{d_{e2}}{(18 \dots 30) \cdot u} = \frac{180}{(18 \dots 30) \cdot 2,5} = 3,9 \dots 2,4.$$

По ГОСТу ...1,25; 1,6; 2; 2,5; 3,15; 4,0; 5,0; 6,3; 8,0;... из стандартного ряда принимаем $m_e = 3,15$.

Количество зубьев:

для колеса $z_2 = \frac{d_{e2}}{m_e} = \frac{180}{3,15} = 57$;

для шестерни $z_1 = \frac{z_2}{u} = \frac{57}{2,5} = 23$.

Число зубьев шестерни и колеса округляют до целого числа.

Уточнённый расчет передаточного отношения

$$u_{\phi} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{57}{23} = 2,494.$$

$$\text{Величина отклонения: } \frac{u-u_{\phi}}{u} 100\% = \frac{2,5-2,494}{2,5} 100\% = 0,25\% < 3\%$$

Диаметр внешней делительной окружности шестерни:

$$d_{e1} = m_e z_1 = 3,15 \times 23 = 72,45 \text{ мм.}$$

Диаметр внешней делительной окружности колеса:

$$d_{e2} = m_e z_2 = 3,15 \times 57 = 179,55 \text{ мм.}$$

Углы делительных конусов:

$$\operatorname{ctg} \delta_1 = u = 2,5; \quad \delta_1 = 21^{\circ} 48';$$

$$\delta_2 = 90 - \delta_1 = 90^{\circ} - 21^{\circ} 48' = 68^{\circ} 12'.$$

Наружные диаметры (по выступам зубьев):

$$\text{для шестерни } d_{ae1} = d_{e1} + 2m_e \cos \delta_1 = 72,45 + 2 \times 3,15 \times 0,33 = 78,31 \text{ мм};$$

$$\text{для колеса } d_{ae2} = d_{e2} + 2m_e \cos \delta_2 = 180 + 2 \times 3,15 \times 0,373 = 182,35 \text{ мм.}$$

Внешнее конусное расстояние:

$$R_e = 0,5m_e \sqrt{z_1^2 + z_2^2} = 0,5 \cdot 3,15 \sqrt{23^2 + 57^2} = 101,8 \text{ мм.}$$

из условия $\varphi_{be} = b / R_e$ длина зуба:

$$b = R_e \varphi_{be} = 101,8 \times 0,285 = 29 \text{ мм.}$$

принимаем $b = 30 \text{ мм}$ ($b \leq 10 m_e$).

Среднее конусное расстояние:

$$R = R_e - 0,5 b = 101,8 - 0,5 \times 30 = 86,8 \text{ мм.}$$

Средний модуль:

$$m = m_e R / R_e = 3,15 \times 86,8 / 101,8 = 2,3 \text{ мм.}$$

Средний делительный диаметр окружности:

$$\text{для шестерни - } d_1 = 2(R_e - 0,5b) \sin \delta_1 = 2(101,8 - 0,5 \times 30) 0,366 = 63,54 \text{ мм};$$

$$\text{для колеса - } d_2 = d_1 u_{\phi} = 63,54 \times 2,49 = 158,2 \text{ мм.}$$

Определяем окружную скорость:

$$v_1 = \frac{w_1 \cdot d_1}{2 \cdot 10^3} = \frac{152 \cdot 63,54}{2 \cdot 10^3} = 4,83 \text{ м/с.}$$

При заданной скорости устанавливается 8-й степень точности.

6. Действующие силы в зацеплении

Для шестерни:

Окружная сила (касательная) $F_{t1} = 2T_1 / d_1 = 2 \times 25 \times 103 / 63,54 = 1141 \text{ Н}$;

радиальная сила $F_{r1} = F_{t1} \operatorname{tg} 20^\circ \cos \delta_1 = 1141 \times 0,364 \times 0,93 = 386 \text{ Н}$;

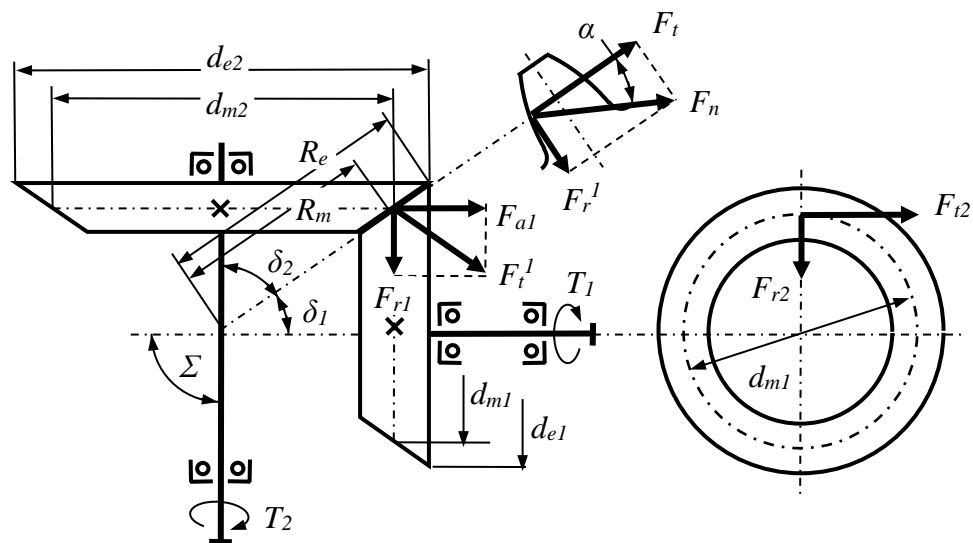
осевая сила $F_{a1} = F_{t1} \operatorname{tg} 20^\circ \sin \delta_1 = 1141 \times 0,364 \times 0,372 = 154 \text{ Н}$.

Для колеса:

Окружная сила (касательная) $F_{t2} = F_{t1} = 1141 \text{ Н}$;

радиальная сила $F_{r2} = F_{a1} = 154 \text{ Н}$;

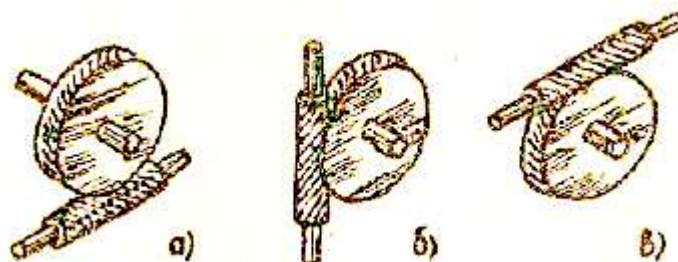
осевая сила $F_{a2} = F_{r1} = 386 \text{ Н}$.



22.12-рис. Силы, действующие на зацеплении конической передачи

23. Червячные передачи.

По внешней поверхности червяки могут быть цилиндрическими и глобоидными. Изготовление глобоидных червяков сложный процесс, поэтому стоимость дорогая. По направлению линии витка бывают правые и левые. Червяк бывает 3 видов в зависимости от его расположения относительно червячного колеса.



23.1-рис. Расположение червяка относительно колеса.

а) нижнее, б) боковое, в) верхнее:

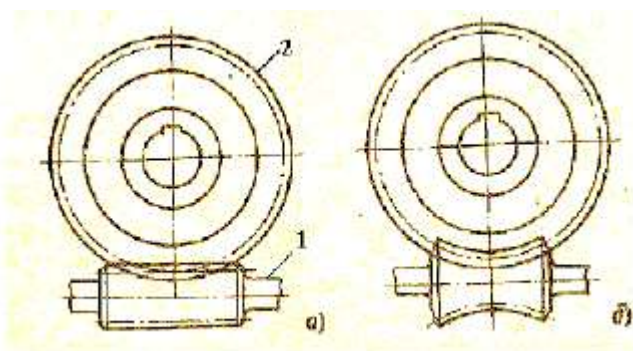
В зависимости от типа червячных винтов они могут быть архимедовыми, конвалютными и эвольвентными.

Причины отказа передачи.

Материалы. Одной из основных характеристик червячной передачи является величина создаваемой в ней скорости скольжения, что, в свою очередь, отрицательно сказывается на гидродинамической смазке. Основной выход из строя – прилипание неровностей поверхности и разъедание зубов. Червяки (изготавливаются из цементированных сталей 15Х, 15ХА, 20Х, 12ХНЗ, 20ХФ). Их твёрдость – HRC – 56-62 . В некоторых случаях червяки изготавливаются из сталей 40,45,40Х, 40ХН. Такая передача используется в ручных механизмах.

Базовые выражения: Червяк, червячное колесо, скорость скольжения.

Геометрические оси валов X-X и Y-Y в пространстве обычно используют червячную передачу в тех случаях, когда валы пересекаются под прямым углом.



23.2- рис. Червячная передача
1-цилиндрический червяк . 2- глобоидный червяк.

Ведущее звено-червяк может быть цилиндрической (а) и глобоидной формы(б).

Преимущества:

1. Плавная и бесшумная работа.

2. Возможность получения большого передаточного числа с компактной передачей.

3. Возможность получения самотормозящей передачи.

4. Возможность получения большого количества оборотов.

(в некоторых случаях количество оборотов до 1000)

Недостатки:

1. По сравнению с другими передачами низкая К.П.Д. ($\eta=0,8\dots0,82$)

2. Во время работы большое выделение тепла в зоне зацепления.

3. Высокие требования к устойчивости, изностойкости материалов, для изготовления зубьев червячного колеса .

4. Повышенный износ и склонность к заеданию.

Области применения.

Червячные передачи в основном используются там, где мощность невелика не превышает 50 кВт. В основном их применяют на станках, чаще на подъемно – транспортных машинах.

Передаточное число определяется следующим образом.

$$i = \frac{n_{\text{дв}}}{n_m} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad (23.1)$$

где: z_1 и z_2 -число входов червяка и число зубьев червячного колеса.

n_1 и n_2 -число оборотов червяка и число оборотов червячного колеса.

23.1.Энергетические и геометрические параметры червячной передачи.

Будучи первичными, как и в червячных передачах, так и в зубчатых передачах, внутренний и внешний диаметры являются основными геометрическими параметрами передачи. В качестве шага соединения берется P_x , а модуль отношение этого шага P_x к π .

Число заходов $z_1 = 1 \div 4$.

$\alpha=20^\circ$ угол профиля в поперечном сечении, проведенном по оси ;

$m = P_x / \pi$ - расчётный модуль по оси;

$q = d_1 / m$ -коэффициент диаметра червяка;

$d_1 = qm$ – делительный диаметр;

$d_{a1} = d_1 + 2m$ -наружный диаметр;

$d_{f1} = d_1 - 2,4m$ -внутренний диаметр.

Межосевое расстояние:

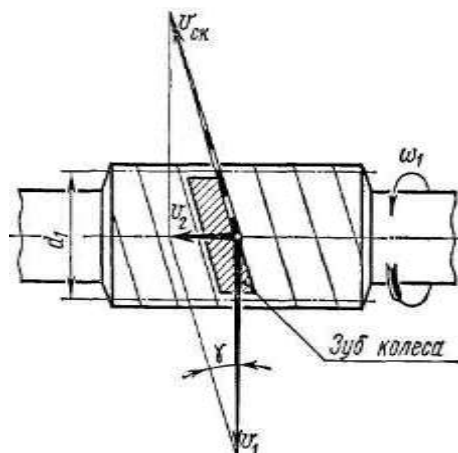
$$a_w = (d_1 + d_2)/2 = m(q + z_2)/2.; \quad z_2 \geq 28; \quad u \neq d_2/d_1;$$

$$u = n_1/n_2 = z_2/z_1$$

Окружная скорость : $v = \pi d_1 n_1 / 60 \cdot 1000$

Скорость скольжения: $v_s = v_1 / \cos \gamma$; $\operatorname{tg} \gamma = v_2/v_1$;

γ -угол подъема витков червяка.



23.3-рис.Направление скоростей окружной и скольжения

К.П.Д. передачи:

$$\eta = \operatorname{tg} \gamma' / \operatorname{tg}(\gamma + r)$$

r -угол трения.

23.2. Пример расчета червячных передач.

Определение энергетических и кинематических параметров червячной передачи.

1. Исходные данные

Одноступенчатый червячный редуктор с нижним расположением червяка. Червяк цилиндрический, архимедова спираль.

Мощность электродвигателя: $P_{дв} = 5,5 \text{ кВт}$.

Частота вращения вала электродвигателя: $n = 955 \text{ об/мин}$.

Передаточное число: $u = 20$.

Число заходов: $z_1 = 2$.

2.Выбор электродвигателя, кинематический и энергетический расчет

2.1 Выбираем электродвигатель мощностью $P=5,5 \text{ кВт}$, серии 4А: закрытый, надувной, с частотой синхронного вращения $n_s=1000 \text{ об/мин}$, типа 4А13256U3, с коэффициентом скольжения $S = 3,3\%$.

Частота асинхронного вращения:

$$n_{\text{дв}} = n_s \left(1 - \frac{S\%}{100\%} \right) = 1000 \left(1 - \frac{3,3\%}{100\%} \right) = 967 \text{ об/мин.}$$

Диаметр выходного вала электродвигателя $d_{\text{дв}}=38 \text{ мм}$.

2.2. Кинематический расчет

Количество оборотов:

- ведущий вал $n_1 = n_{\text{дв}} = 967 \text{ об/мин}$;
- ведомый вал $n_2 = n_1 / u = 967/20 = 48,35 \text{ об/мин}$.

Угловые скорости:

- ведущий вал $w_1 = \pi n_1 / 30 = 3,14 \times 967 / 30 = 101,5 \text{ рад/с}$;
- ведомый вал $w_2 = \pi n_2 / 30 = 3,14 \times 48,35 / 30 = 5,03 \text{ рад/с}$.

2.3. Энергетический учет.

Крутящий момент:

- на ведущем (входном) валу $T_1 = P / w_1 = 5500 / 101,5 = 54,2 \text{ Нм}$.
- на ведомом (выходном) валу $T_2 = T_1 \text{ и } \eta$.

Общий К.П.Д. редуктора: $\eta = \eta_{\text{ч.п.}} \eta_{\text{д.п.}}^2$;

где $\eta_{\text{ч.п.}} = 0,75 \dots 0,82$ - К.П.Д. двухзаходной червячной передачи;

$\eta_{\text{д.п.}}^2 = 0,99 \dots 0,995$ – К.П.Д. пары подшипников качения.

$$\eta = 0,8 \times 0,992 = 0,78. \quad T_2 = 54,2 \times 20 \times 0,78 = 845,32 \text{ Нм.}$$

Результаты расчётов заносим в таблицу.

Таблица 23.1. Результаты кинематического и энергетического расчёта

Валы	Передаточное отношение u	Частота вращения n , об/мин	Угловая скорость w , рад/с	Крутящий момент T , Нм
Ведущий	20	967	101,5	54,2
Ведомый		48,35	5,03	845,32

3.Определение геометрических показателей червячной передачи.

Число заходов червяка равно количеству зубьев шестерни: $z_1 = z = 2$.
 количество зубьев на червячном колесе, когда $u = 20$: $z_2 = z_1 u = 2 \times 20 = 40$.

Межосевое расстояние (МОР – расстояние между центрами) определяется из условия прочности контактных напряжений:

$$a = \left(\frac{z_2}{q} + 1 \right) \cdot \sqrt[3]{T_2 \cdot K_H \left(\frac{170}{[\sigma_H] \cdot z_2 / q} \right)^2}; (23.2)$$

где $z_2 = 40$ – количество зубьев колеса;

$q = d_1 / m$ – коэффициент диаметра червяка, $q \geq 0,25 z_2$ рекомендуется,

принимаем $q = 0,25 \times 40 = 10$;

$T_2 = 845,32 \text{ Н} \cdot \text{м}$ – крутящий момент на валу червячного колеса;

$[\sigma_H] = 197 \text{ Н/мм}^2$ – допускаемое контактное напряжение;

$K_H = 1,2$ – коэффициент нагрузки.

$$a = \left(\frac{40}{10} + 1 \right) \cdot \sqrt[3]{845,32 \cdot 10^3 \cdot 1,2 \cdot \left(\frac{170}{197 \cdot 40 / 10} \right)^2} = 180,4 \text{ мм.}$$

По ГОСТу 2144-76 принимаем стандартные размеры: $a = 180 \text{ мм}$ и $a = 200 \text{ мм}$.

Определяем величины модуля:

$$\text{– когда } a = 180 \text{ мм: } m = \frac{2 \cdot a}{z_2 + q} = \frac{2 \cdot 180}{40 + 10} = 7,2 \text{ мм};$$

$$\text{– когда } a = 200 \text{ мм: } m = \frac{2 \cdot a}{z_2 + q} = \frac{2 \cdot 200}{40 + 10} = 8 \text{ мм.}$$

мы принимаем стандартные размеры $m = 6,3 \text{ мм}$ и $m = 8 \text{ мм}$.

межосевое расстояние для стандартных величин m и q

$$a_\phi = \frac{m \cdot (q + z_2)}{2} = \frac{6,3 \cdot (10 + 40)}{2} = 6,3 \cdot 50 / 2 = 157,5 \text{ мм};$$

$$a_\phi = \frac{m \cdot (q + z_2)}{2} = \frac{8 \cdot (10 + 40)}{2} = 8 \cdot 50 / 2 = 200 \text{ мм.}$$

принимаем $q = 10$, $m = 8 \text{ мм}$, $a = 200 \text{ мм}$.

Основные размеры червяка.

Делительный диаметр червяка

$$d_1 = q m = 10 \times 8 = 80 \text{ мм.}$$

Диаметр вершин витков

$$d_{a1} = d_1 + 2 m = 80 + 2 \times 8 = 96 \text{ мм.}$$

Диаметр впадин червяка

$$d_{f1} = d_1 - 2,4 m = 80 - 2,4 \times 8 = 60,8 \text{ мм.}$$

Длина нарезанной части червяка

$$b_1 \leq (11 + 0,06 z_2) m + 25 \text{ — для одно и двух заходного червяка;}$$

$$b_1 \leq (12,5 + 0,09 z_2) m + 25 \text{ — для четырёхзаходного червяка.}$$

поскольку $z_1 = 2$, длина нарезанной части червяка

$$b_1 = (11 + 0,06 z_2) m + 25 = (11 + 0,06 \times 40) 8 + 25 = 132 \text{ мм.}$$

Угол подъема витков червяка:

$$\operatorname{tg} \gamma = z_1 / q = 2 / 10 = 0,2; \quad \gamma = 11^\circ 19'.$$

Основные размеры венца червячного колеса.

Делительный диаметр червячного колеса

$$d_2 = z_2 m = 40 \times 8 = 320 \text{ мм.}$$

Диаметр вершин зубьев червячного колеса

$$d_{a2} = d_2 + 2 m = 320 + 2 \times 8 = 336 \text{ мм.}$$

Диаметр впадин червячного колеса

$$d_{f2} = d_2 - 2,4 m = 320 - 2,4 \times 8 = 300,2 \text{ мм.}$$

Наибольший диаметр червячного колеса для двух заходного червяка

$$d_{at2} = d_{a2} + \frac{6 \cdot m}{z_1 + 2} = 336 + 1,5 \cdot 8 = 348 \text{ мм.}$$

Примечание. Для однозаходного червяка $d_{at2} = d_{a2} + 2m$; для четырехзаходного червяка - $d_{at2} = d_{a2} + m$.

Ширина венца червячного колеса для одно-и двухзаходного червяка

$$b_2 \leq 0,75 d_{a1} = 0,75 \times 96 = 72 \text{ мм;}$$

а для четырёхзаходного червяка

$$b_2 \leq 0,67 d_{a1}.$$

К.П.Д. червячной передачи.

Окружная скорость червяка:

$$v_1 = \frac{\pi \cdot d_1 \cdot n_1}{60 \cdot 10^3} = \frac{3,14 \cdot 80 \cdot 967}{60 \cdot 10^3} = 4,05 \text{ м/с.}$$

Скорость скольжения

$$v_{ck} = \frac{v_1}{\cos \gamma} = \frac{v_1}{\cos 11^0 19^1} = \frac{4,05}{0,981} = 4,13 \text{ м/с}.$$

Скорость скольжения $v_{ck} < 5$ м/с подтверждает, что для венца червяка правильно подобран материал.

Допустимое напряжение для бронзы Бр.АЖ9-4

$$[\sigma_{H2}] = 300 - 25 v_{ck} = 300 - 25 \times 4,13 = 197 \text{ Н/мм}^2.$$

Приведенный угол трения для безоловянной бронзы и полированного червяка при скорости скольжения $v_{ck} = 4,13$ м/с составляет $\rho = 1^0 40^1$ (Я.У.Исмадияров, Ш.Б.Мадалиев, Ж.М.Бегатов. Детали машин курсовое проектирование. -Firdavs-shox, 2024. 155 с.П.55).

С учетом потерь на опорах и на разбрызгивание масла, К.П.Д. редуктора, где ведущий червяк определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \eta &= (0,95 \dots 0,96) \cdot \frac{tg \gamma}{tg(\gamma - \rho)} = 0,96 \cdot \frac{tg 11^0 19^1}{tg(11^0 19^1 + 1^0 40^1)} = \\ &= 0,96 \cdot \frac{tg 11^0 19^1}{tg 12^0 59^1} = 0,96 \cdot \frac{0,1978}{0,2233} = 0,85. \end{aligned}$$

Крутящий момент на валу червячного колеса

$$T_2 = T_1 \eta = 54,2 \times 20 \times 0,85 = 921,4 \text{ Нм}.$$

При скорости скольжения $v_{sk} \leq 5$ м/с выберем 8-й степень точности изготовления редуктора (Я.У.Исмадияров, Ш.Б.Мадалиев, Ж.М.Бегатов. Детали машин курсовое проектирование. -Firdavs-shox, 2024. 155 с.П.58.).

23.3.Проверка расчетного контактного напряжения на зубчатых колесах.

Подбираем материал для червяка и венца червячного колеса.

Для червяка принимаем сталь 45: закалка до твердости не ниже HRC 45, шлифованием.

Материал для венца червячного колеса выбирают в зависимости от скорости скольжения:

$$v_{ck} = \frac{4,5 \cdot n_1}{10^4} \cdot \sqrt[3]{T_2} = \frac{4,5 \cdot 967}{10^4} \cdot \sqrt[3]{845,32} = 4,11 \text{ м/с}.$$

При $v_{ck} < 5$ м/с для венца червячного колеса выбираем бронзу Бр.А.Ж.9-4 (литая в песчаную форму) с механическими характеристиками $\sigma_m = 200$ Н/мм² и $\sigma_s = 400$ Н/мм².

Допустимое контактное напряжение для бронзы Бр.А.Ж.9-4.

$$[\sigma_H] = 300 - 25 v_{ck} = 300 - 25 \times 4,11 = 197 \text{ Н/мм}^2.$$

Примечание. Если скорость скольжения $v_{ck} > 5$ м/с, выбираются бронзы Бр.ОФ10-1 или Бр.ОФН. Для них $[\sigma_H] = (0,85 \dots 0,9) \sigma_s$, в этом случае червяк должен быть отполирован и твердость должна быть $HRC \geq 45$. Если это условие не выполняется, допустимое контактное напряжение определяется как $[\sigma_H] = S_v 0,75 \sigma_s$; где S_v – коэффициент учитывающий скорость скольжения (Таблица 2).

Таблица 23.2. Скорость скольжения

$v_{ck}, \text{ м/с}$	≤ 1	2	3	4	5	6	7	≥ 8
S_v	1,33	1,21	1,11	1,02	0,95	0,88	0,83	0,8

Допустимое напряжение изгиба

$$[\sigma_F] = 0,25 \sigma_t + 0,8 \sigma_v; \quad (23.3)$$

$$[\sigma_F] = 0,25 \times 200 + 0,8 \times 400 = 370 \text{ Н/мм}^2.$$

Тепловой расчет червячных передач.

Чаще всего червячная передача приводится в движение от электродвигателя с большой скоростью вращения. Быстрое вращение червяка, а также наличие явления скольжения приводят к большому выделению тепла в передаче. Необходимо принять необходимые меры, чтобы передача не перегревалась. Для этого определяют и сравнивают количество выделяемого тепла и, при необходимости, устанавливают меры по увеличению количества отводимого тепла.

Температура масла в трансмиссии определяется как:

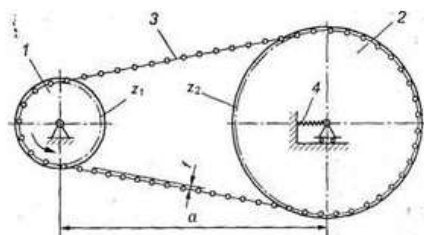
$$t = (1 - \eta) P_l / (K_m A) + 20^\circ \leq [t], \quad (23.4)$$

где P_l – мощность на ведущем валу, Вт; η – КПД. передачи; K_m – коэффициент тепловыделения (для не вентилируемых закрытых помещений принимают $K_m = 8-10$, для вентилируемых помещений $K_m = 13-17$); A –

поверхность с воздушным охлаждением, m^2 ; $[t]$ - допустимое значение температуры нагрева масла 95^0 C .

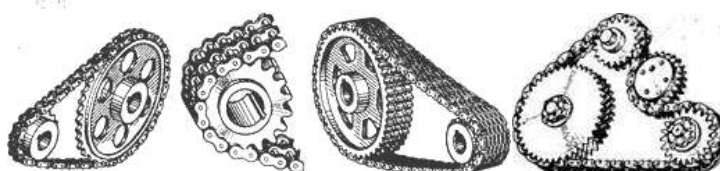
24.Цепные передачи.

Цепные передачи-ведущие и ведомые звездочки, состоящие из цепей, охватывающих их и сцепляющихся с зубьями (24.1-рис.). Через цепи передается вращательное движение. Кроме того цепные передачи состоит из натяжителя, смазочного устройства, защитного элемента.



24.1-рис. Цепная передача:
1, 2-ведущие и ведомые звездочки; 3-цепь

Цепи- являются основными элементами в передаче, состоят из шарнирно соединенных элементов и стандартизированы.



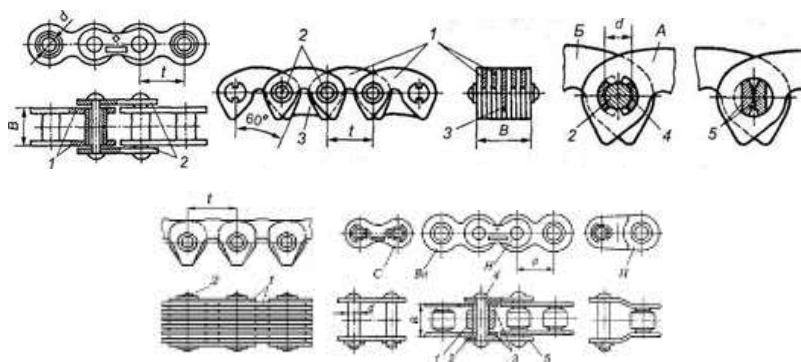
24.2-рис. Цепная передача

В зависимости от выполняемой задачи цепи делятся на следующие группы:

- а) грузоподъемные цепи (подъемные, разгрузочные);
- б) тяговые цепи (перемещение груза);
- в) приводные цепи (передача механической энергии между двумя валами).

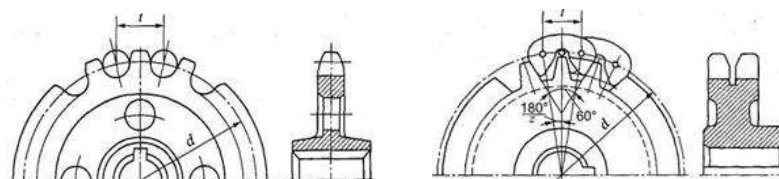
По конструкции шарнирных элементов цепи делятся на:

роликовые, втулочные, роликово-втулочные, зубчатые, фасонные, одно- и многорядные.



24.3-рис. Звенья цепи

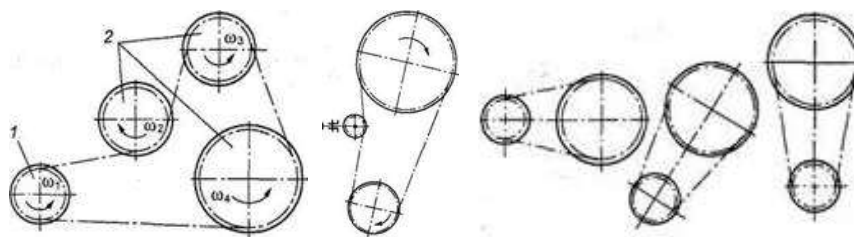
Звездочки для приводов цепей - по конструкции звездочки напоминают шестерни (24.4-рис). Их форма и размеры зависят от типа цепей. Для роликовых и втулочных цепей зубья звездочек имеют дугообразную форму окружности, а для зубчатых цепей – прямолинейную форму. Конструктивно звездочки состоят из диска и ступицы, которые могут быть цельными, сборными, скрепленными болтами, заклёпанными или сваренными между собой.



24.4-рис. Звёздочки цепей.

Классификация цепных передач:

- а) по типу используемых цепей (роликовые, втулочные, зубчатые и др.);
- б) по количеству цепочек (одно-и много цепные);
- в) по количеству ведущих звезд (нормальные двухзвенные, специальные многозвенные);
- г) по расположению звездочек (по горизонтали, вертикали, наклону);
- д) по способу регулировки натяжения цепей (натяжной ролик, с приспособлением);
- е) по конструкции (открытый, закрытый).



24.5-рис.Способы натяжения цепей.

Преимущества:

- а) передача движения на большие расстояния относительно шестерен (до $a_{max}=5$ м);
- б) коэффициент полезного действия достаточно высок ($\eta=0,96...0,98$);
- в) не происходит проскальзывания и, следовательно, не изменяется передаточное число;
- г) одной цепью можно передавать движение на несколько валов.

Недостатки:

- а) цепи сложны в изготовлении и имеют высокую стоимость;
- б) при работе требуется контроль, смазка;
- в) при сборке требуется высокая точность;
- г) при разьедании элементов цепи увеличивается длина звеньев и возникают дополнительные динамические силы, что приводит к неравномерной работе трансмиссии.

24.1.Расчет цепных передач.

Скорость цепи:

$$v = \frac{n_1 z_1 t}{60} = \frac{n_2 z_2 t}{60}; \quad v = \frac{z_1 w_1 t}{2\pi} = \frac{z_2 w_2 t}{2\pi}; \quad (24.1)$$

где: n_1 и n_2 -количество оборотов ведущей и ведомой звездочки (об/мин);

z_1 и z_2 -количество зубьев на ведущей и ведомой звездочке;

w_1 и w_2 -угловые скорости ведущих и ведомых звездочек (c^{-1}),

t - шаг цепи (мм).

Обычная скорость цепи $v = 15$ м / с. При хорошем качестве, небольшом шаге, хорошей смазке $v = 30...35$ м / с.

Делительный диаметр звездочки – проходит через центр петель цепи в зацеплении со звездочкой и определяется как (24.6-рис):

$$d_i = t / \sin(180^\circ/z_i) . (24.2)$$

Количество зубьев. Количество зубьев в малой (ведущей) звездочки зависит от передаточного числа u :

$$z_1 = 31 - 2u. (24.3)$$

Рекомендуемая число зубьев для звездочки $z_{1 \min} = 17...19$; $z_{2 \max} = 100...120$.

Передаточное число:

$$u = w_1 / w_2 = n_1 / n_2 = z_2 / z_1 . (24.4)$$

Обычно рекомендуется $n \leq 500 \text{ мин}^{-1}$, $u \leq 7$.

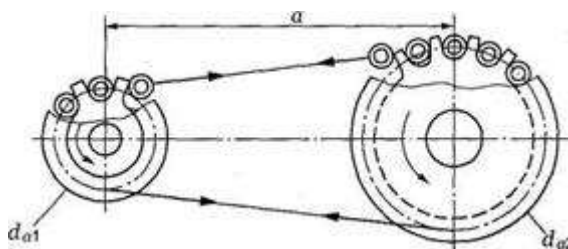
Межосевое расстояние:

$$a_{\min} = (d_{a1} + d_{a2}) / 2 + (30...50) \text{ (мм)};$$

$$a = (30...50) t; \quad (24.5)$$

где d_{a1} и d_{a2} -наружные диаметры звездочек.

Когда значение малого диаметра равно 30, передаточные число $u=1 \dots 2$, тогда для большого диаметра в то время как значение 50, передаточное число $u=6 \dots 7$.



24.6-рис.

Длина цепи-измеряется количеством шагов или звеньев в цепи и определяется как:

$$l_t = \frac{2a}{t} + \frac{z_1 + z_2}{2} + \left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi} \right)^2 \frac{t}{a}. \quad (24.6)$$

Определенное значение l_t округляется до целого четного числа и, соответственно, пересчитывается межосевое расстояние a :

$$a_h = \frac{t}{4} \left[l_t - \frac{z_1 + z_2}{2} \sqrt{\left(l_t - \frac{z_1 + z_2}{2} \right)^2 - 8 \left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi} \right)^2} \right]. \quad (24.7)$$

Чтобы передача работала нормально, цепь должна быть в некоторой степени натянутой. Для этого значение a_h уменьшается примерно на $(0,002...0,004) a_h$.

24.2. Силы в цепной передаче:

Окружная сила:

$$P_t = 2T / d = S_1 - S_2; \quad (24.7)$$

где: T - вращающий момент (Нм); d - делительный диаметра звездочки (м).

S_1 и S_2 - силы в ведущей и ведомой ветвях цепи (Н).

Начальная сила натяжения в ветвях

$$P_o = k_f a q; \quad (24.8)$$

где: a - межосевое расстояние (мм);

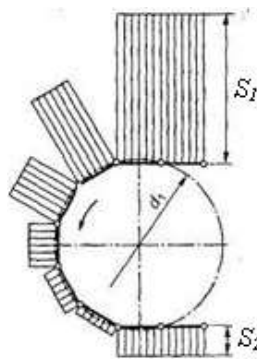
q - вес одного метра цепи (Н/м);

k_f - коэффициент натяжения ($k_f=6$ для горизонтальных передач, при наклоне до 40° к горизонту - $k_f=3$, к вертикали - $k_f=1$).

Сила, создаваемая центробежной силой:

$$P_v = q v^2 / g; \quad (24.9)$$

где: g - ускорение свободного падения (м/с²).



24.7-рис. Эпюра сил действующих на звенья цепи

Сила в ведущих ветвях:

$$S_1 = P_t + P_o + P_v. \quad (24.10)$$

Нагрузка на валах звездочек:

$$P_r = k_r P_t + 2 P_o \quad (24.11)$$

где: k_r -коэффициент нагрузок на валы.

Расчет цепной передачи на износостойкость.

Прочность цепи определяется износостойкостью шарниров.

Средняя нагрузка на шарниры:

$$P_z = K P_t / F \leq [P] ; \quad (24.12)$$

где: F -опорная поверхность шарнира (для роликовых и втулочных цепей);

$F = d_o B$; d_o – диаметр оси шарнира; b -ширина шарнира;

$[P]$ - допускаемая нагрузка;

K -коэффициент эксплуатации:

$$K = K_d K_a K_m K_q K_i K_r; \quad (24.13)$$

где: K_d -коэффициент динамической нагрузки (при равномерной нагрузке $K_d = 1$; толковой нагрузке $K_d = 1,2 \dots 1,5$);

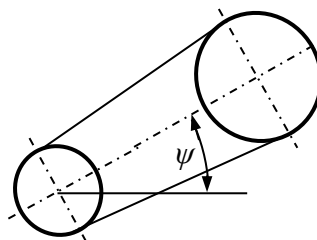
K_a -коэффициент межосевого расстояния (для $a=(30 \dots 50)t$ $K_a=1$; при $a < 25t$ $K_a=1,25$; для $a=(60 \dots 80)t$ $K_a=0,8$);

K_m -коэффициент метода смазки ($K_m=0,8$ при непрерывной смазке; $K_m=1$ при капельной смазке; $K_m=1,5$ при периодической смазке);

K_q -коэффициент наклона центральных линий звездочки относительно горизонта ($K_q=1$, если $\psi \leq 60^\circ$; $K_q=1,25$, если $\psi > 60^\circ$ (24.8-рис.);

K_i -коэффициент режима работы (для одной смены $K_i=1$; для двухсменной - $K_i=1,25$; для трехсменной- $K_i=1,5$;

K_r ; - коэффициент метода регулировки натяжения цепи (в зависимости от способа регулировки будет $K_r=1 \dots 1,25$).



24.8-рис. Цепная передача.

24.3.Пример расчета цепной передачи.

Рассчитать роликовую цепную передачу, если $N_1=4 \text{ кВт}$, $n_1 = 720$ об/мин, $u=5$

Нагрузка, действующая на передачу, постоянна. Цепь периодически смазывают и натягивают.

Решение задачи:

1. Количество зубьев ведущей звездочки:

$$Z_1 = 29 - 2u = 29 - 2 \cdot 5 = 19$$

2. Количество зубьев ведомой звездочки:

$$Z_2 = Z_1 \cdot u = 19 \cdot 5 = 85$$

3. Фактическое значение передаточного числа:

$$u = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{85}{19} = 4,47$$

4. Шаг цепи:

$$t = 2,8 \sqrt{\frac{T_1 K_3}{[p] \cdot Z_1}}; \text{ мм}$$

$$\text{где: } T_1 = 9550 \frac{N_1}{n_1} = 9550 \frac{4}{720} = 53 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$K_3 = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot R_5 \cdot R_6;$$

$R_1 = 1,0$ -коэффициент, учитывающий изменение нагрузки;

R_2 -коэффициент, учитывающий влияние межосевого расстояния, $R_2 = 1,0$, когда $a_t = 30 + 60$;

R_3 - коэффициент, учитывающий отклонение передачи относительно горизонта, $R_3 = 1,0$, когда $< 60^\circ$

R_4 - коэффициент, учитывающий способ натяжения ветвей передачи при периодической регулировке ветвей передачи. $R_4 = 1,25$;

$R_5 = 1,5$ -коэффициент, учитывающий смазку трансмиссионной цепи при периодической смазке

R_6 -коэффициент, учитывающий время работы передачи, $R_6=1,0$, если передача работает в одну смену

$$K_3 = 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,25 \cdot 1,5 \cdot 1,0 = 1,875$$

При скорости цепной передачи $V=4 \text{ м/с}$, для цепей с расчетным сроком службы 10000 часов, принимаем допустимое давление на шарнир $[p]$ следующим образом.

$$V_1 \text{ м/с} \dots 0,1; 0,4; 1,0; 1,0; 2,0; 4,0; 6,0; 8,0; 10.$$

$$[p] \text{ МПа} \dots 32; 28; 25; 21; 17; 14; 12; 10.$$

$$[p] = 17 \text{ МПа}$$

$$Z_{ум} = Z_1 \div Z_2 = 19 \div 85 = 104$$

принимаем $t = 19,05 \text{ мм}$.

5. Скорость цепи передачи

$$V = Z_1 n_1 t = \frac{19 \cdot 720 \cdot 19,05}{60 \cdot 10^3} = 4,34 \text{ м/с}$$

6. Фактическое значение давления в шарнирах цепи трансмиссии.

$$P = (2,8)^3 \cdot \frac{T_1 \cdot K_9}{Z_1 t^3} = (2,8) L_t = 2 \cdot 40 \div 0,5 \cdot 104 \div \frac{(10,5)}{40} = 134$$

Так что, $L = L_t \cdot t = 134 \cdot 19,05 = 2560,3 \text{ мм} = 2,56 \text{ м}$

7. Геометрические размеры передачи

а) межосевое расстояние

$$W = \frac{4 \cdot 19 \cdot 720}{60 \cdot 134} = 6,5 \text{ с}^{-1}$$

б) количество звеньев в цепи

$$\frac{508}{19,5} = 26,6 \text{ с}^{-1}$$

$$Z_{общ} = Z_1 \div Z_2 = 19 \div 85 = 104$$

$$\Delta = (Z_2 - Z_1) | 2\pi = \frac{85 - 19}{2 \cdot 3,14} = 10,5$$

$$L_t = 2 \cdot 40 \div 0,5 \cdot 104 \div \frac{(10,5)}{40} = 134$$

в) Длина цепи

$$L = L_t \cdot t = 134 \cdot 19,05 = 2560,3 \text{ мм} = 2,56 \text{ м}$$

8. Частота ударов звеньев цепи по зубьям звездочек.

$$W = \frac{4Z_1 \cdot N_1}{60L_t} \leq \frac{508}{t}$$

$$W = \frac{4 \cdot 19 \cdot 720}{60 \cdot 134} = 6,5 c^{-1}$$

$$\frac{508}{19,5} = 26,6 c^{-1}$$

$$6,5 < 26,6$$

9. Коэффициент безопасности по прочности цепи передачи

$$S = \frac{F_{пер}}{F_t \cdot K_1 \div F_m \div F_t};$$

где: $F_{пер}=31,8$, кН;

$$F_m = mv^2 = 1,9 \cdot (4,34)^2 = 35,78 \text{ Н};$$

сила подачи цепи

$$F_t = qk_t \cdot ma_t = 9,81 \cdot 1,0 \cdot 1,9 \cdot 0,762 = 14,2 \text{ Н}$$

a_t - сила за счет натяжения цепи.

q -ускорение свободного падения

m = масса метра цепи, кг/м

$k_t = 1,0$ -коэффициент

$$F_t = \frac{2T_1}{d_{61}} = \frac{2 \cdot 53 \cdot 10^3}{115,27} = 919,6 \text{ Н} - \text{окружная сила}$$

$$d_{61} = z_1 t | t_1 = \frac{19 \cdot 19,05}{3,14} = 115,27 \text{ мм}$$

$$S = \frac{31,8 \cdot 10^3}{919,6 \cdot 1,0 \div 35,78 \div 14,2} = 32$$

$$[S] = 10,8$$

$$S \geq [S] \quad \text{условие выполнено.}$$

25. Передачи винт-гайка.

Устройство и назначение передач «винт-гайка»

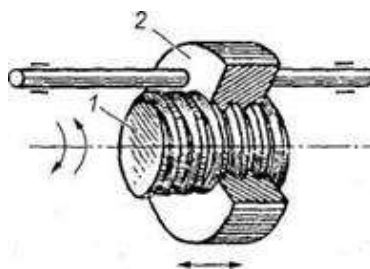
Во многих приводах машин и оборудования используется преобразование вращательного движения в поступательное. Это относится к таким распространенным приводам, как приводы подач станков и роботов, измерительных машин, сканирующих столиков, регулировки клапанов и задвижек, различных мехатронных устройств и т.д. Требуемые линейные перемещения – от миллиметров до десятков метров, усилия – от единиц

ньютон до тысяч килоньютонов. Допуски на кинематические погрешности могут выражаться единицами микрометров, а требуемая разрешающая способность шагового привода ограничиваться сотыми долями микрометров.

Для преобразования вращательного движения в поступательное наиболее широко используются передачи винт – гайка. Передачи винт – гайка являются изделиями общемашиностроительного применения, и их качество непосредственно сказывается на качестве машин и оборудования, в состав которых они входят.

Передача винт-гайка (рис.25.1) состоит из винта 1 и гайки 2, соприкасающихся винтовыми поверхностями.

Передача винт-гайка предназначена для преобразования вращательного движения в поступательное (при больших углах подъема винтовой линии, порядка $>12^\circ$). При этом вращение закрепленной от осевых перемещений гайки вызывает поступательное перемещение винта, или вращение закрепленного от осевых перемещений винта приводит к поступательному перемещению гайки. Когда угол подъема больше угла трения, эту передачу можно использовать для преобразования поступательного движения во вращательное.



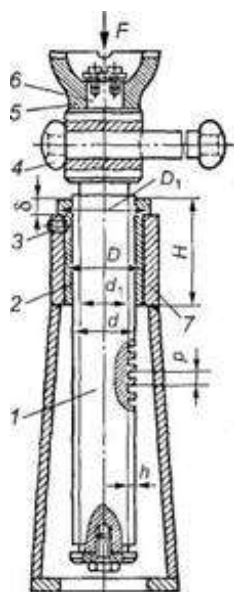
25.1-рис. Передача винт-гайка

Различают два типа передач винт-гайка:

- передачи трения скольжения или винтовые пары трения скольжения;
- передачи трения качения или шариковинтовые пары. Ведущим элементом в передаче, как правило, является винт, ведомым - гайка. В передачах винт-гайка качения на винте и в гайке выполнены винтовые канавки (резьба) полукруглого профиля, служащие дорожками качения для шариков.

Конструктивно передача винт-гайка может быть выполнена:

- передачи с вращающимся винтом и ведомой, поступательно перемещающейся гайкой (наиболее распространенное исполнение) (см.рис.25.1). Такая схема обычно используется в силовых передачах при больших перемещениях (например, роботы, механизмы изменения стреловидности крыла);
- с вращающимся и одновременно поступательно перемещающимся винтом при неподвижной гайке (простые домкраты) (см. рис.25.2);



25.2-рис. Винтовой домкрат: 1—винт; 2 — гайка; 3 — стопорный винт; 4 — рукоятка; 5 — чашка домкрата; 6— шип, 7 — корпус

В зависимости от назначения передачи винты бывают:

- грузовые, применяемые для создания больших осевых сил. При знакопеременной нагрузке имеют трапецеидальную резьбу, при большой односторонней нагрузке — упорную. Гайки грузовых винтов цельные. В домкратах (рис.25.2) для большего выигрыша в силе и обеспечения самоторможения применяют однозаходную резьбу с малым углом подъема;
- ходовые, применяемые для перемещений в механизмах подачи. Для снижения потерь на трение применяют преимущественно трапецеидальную многозаходную резьбу.

- установочные, применяемые для точных перемещений и регулировок. Имеют метрическую резьбу. Для обеспечения безлюфтовой передачи гайки делают сдвоенными.

Большое внимание в винтовых передачах, применяемых в металлорежущих станках и приборах, уделяют устранению мертвого хода, возникающего при изменении направления движения. Наличие мертвого хода объясняется зазором в резьбе вследствие неизбежных ошибок при изготовлении и износа в течение эксплуатации. Для устранения мертвого хода винтовые механизмы снабжают специальными устройствами. При этом различают два способа выборки зазора в резьбе - осевое, применяемое для трапециевидных резьб и радиальное смещение гайки - для треугольных резьб. Первый способ достигается установкой двух раздвигаемых гаек, например, пружиной, второй - разрезной гайки, втягиваемой цанговым зажимом.

Основные показатели качества передач винт – гайка как составной части привода:

- а) диапазон выбора передаточного отношения;
- б) предельная частота вращения винта;
- в) статическая грузоподъемность;
- г) динамическая грузоподъемность и долговечность;
- д) приведенный момент инерции;
- е) жесткость;
- ж) кинематическая точность;
- з) силы трения и КПД.

Достоинства и недостатки передачи “винт-гайка”.

Основные достоинства:

1. возможность получения большого выигрыша в силе;
2. высокая точность перемещения и возможность получения медленного движения;
3. плавность и бесшумность работы;
4. большая несущая способность при малых габаритных размерах;

5. простота конструкции.

Недостатки передач винт-гайка скольжения:

1. большие потери на трение и низкий КПД;
2. затруднительность применения при больших частотах вращения.

Достоинства и недостатки шариковинтовой передачи

Основные достоинства:

1. малые потери на трение. КПД передачи достигает 0,9 и выше (сборка без предварительного натяга);
2. высокая несущая способность при малых габаритах;
3. низкий приведенный коэффициент трения покоя и высокая кинематическая чувствительность (возможность получения малых и точных перемещений);
4. отсутствие осевого и радиального зазоров (то есть мертвого хода);
5. надежная работа в широком диапазоне температур в вакууме;
6. малый износ рабочих поверхностей винта и гайки, обеспечивающий высокую точность и равномерность поступательного движения;
7. высокий ресурс.

Недостатки.

1. Требование высокой точности изготовления, сложность конструкции гайки.
2. Относительная сложность и трудоемкость изготовления (особенно операции шлифования специального профиля резьбы гайки и ходового винта).
3. Требование хорошей защиты передачи от загрязнений.

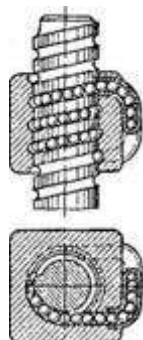
Применение передачи “винт-гайка”

Наиболее характерными областями применения передачи винт – гайка являются:

- поднятие грузов (домкраты);
- нагружение в испытательных машинах;
- осуществление рабочего процесса в станках (винтовые процессы);

- управление оперением самолетов (закрылки, рули направления и высоты, механизмы выпуска шасси и изменения стреловидности крыла);
- перемещение рабочих органов робота;
- точные делительные перемещения (в измерительных механизмах и станках).

В шариковинтовых передачах при вращении винта шарики вовлекаются в движение по винтовым канавкам (см. рис. 4), поступательно перемещают гайку и через перепускной канал возвращаются обратно. Перепускной канал выполняют между соседними или между первым и последним (рис. 4) витками гайки. Таким образом, перемещение шариков происходит по замкнутой внутри гайки траектории.



25.3-рис. Передача винт-гайка с трением качения

Конструкция и материалы передач «винт-гайка»

По конструкции винт представляет собой цилиндрический стержень цельной или сборной конструкции с резьбой.

Резьба образуется путем нанесения на цилиндрический стержень винтовых канавок с сечением определенного профиля.

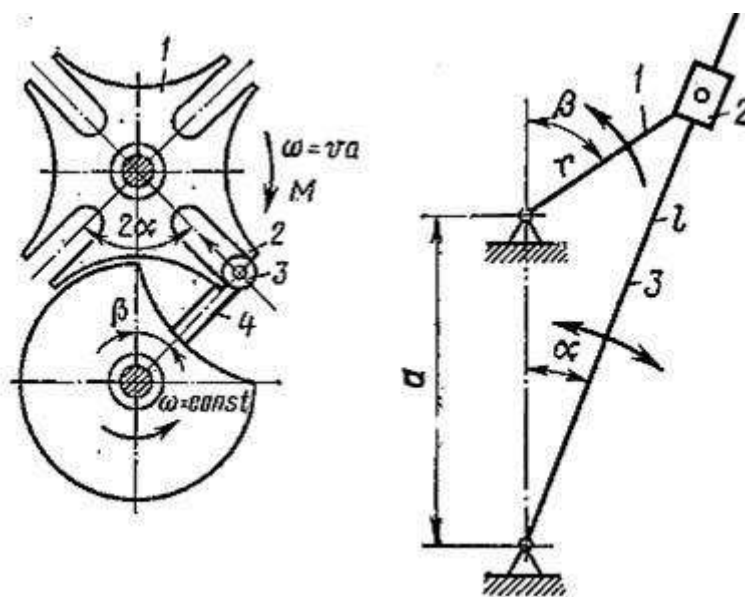
По форме профиля резьбы делят на треугольные, прямоугольные, трапецеидальные, упорные, круглые.

26. Механизмы прерывистого движения.

Храповые и мальтийские механизмы относятся к числу механизмов для преобразования непрерывного вращательного движения в прерывистое.

Храповые механизмы могут быть с наружным и внутренним зацеплением. В механизме с наружным зацеплением, собачке сообщается

качательное движение. При движении справа на лево собачка через зубья храпового колеса поворачивает на некоторый угол. При обратном ходе собачка проскальзывает по зубьям храпового колеса не вращая его. В храповом механизме с внутренним зацеплением вал с жестко посаженным на нем диском, к которому прикреплена собачка, имеет колебательное движение, и собачка, вращаясь слева направо, поворачивает храповое колесо; когда собачка движется в обратном направлении, храповое колесо не вращается. Качательное движение собачка получает через шатун от ведущего кривошипного диска с пальцем. Изменение положения пальца в пазу в пазу (т.е. изменение радиуса R) позволяет регулировать угол поворота α собачки и тем самым угол поворота храпового колеса за один оборот ведущего диска. Движение храпового колеса реверсируется переводом собачки в положение, показанное тонкими линиями. Изменить угол поворота храпового колеса при неизменном положении кривошипного пальца можно щитком, который закрывает часть зубьев храпового колеса, и собачка в начальный период движения скользит по его поверхности, а затем, сходя с него, захватывает зубья храпового колеса и поворачивает его. Щиток в выбранном положении удерживает фиксатор.



26.1-рис. Храповые и мальтийские механизмы

Мальтийские механизмы чаще всего применяют для периодического поворота на постоянный угол револьверных головок, шпиндельных блоков, столов многошпиндельных автоматов и т.д. Мальтийские механизмы бывают правильные и неправильные. У правильных механизмов крест имеет пазы с равномерным шагом; у неправильных углы между смежными пазами креста различные. В станках применяют, как правило, правильные мальтийские механизмы с внешним зацеплением и радиальными пазами. В мальтийском механизме при вращении кривошипа палец или ролик заходит в паз креста и за каждый оборот поворачивает его на часть (z – число пазов), т.е. передаточное отношение мальтийского механизма; обычно $z = 3...8$.

Основные соотношения параметров мальтийского механизма:

где α – половина центрального угла кривошипа за период поворота креста на угол β ; β – половина угла между соседними пазами креста.

27. Валы и оси.

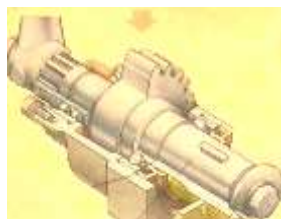
Вращающиеся детали машин и механизмов размещают на валах или осях (рис.27.1). Вал и оси обеспечивают центровку вращающихся деталей относительно оси вращения.

27.1.Классификация валов и осей.

Прямые



Ступенчатые



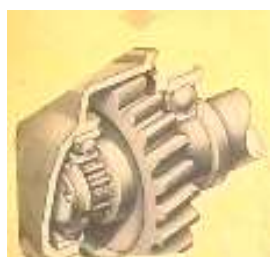
Коленчатые



Гибкие



Цельный



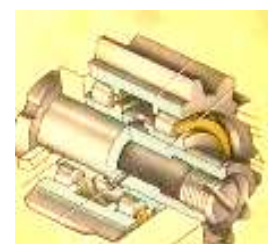
Полуось



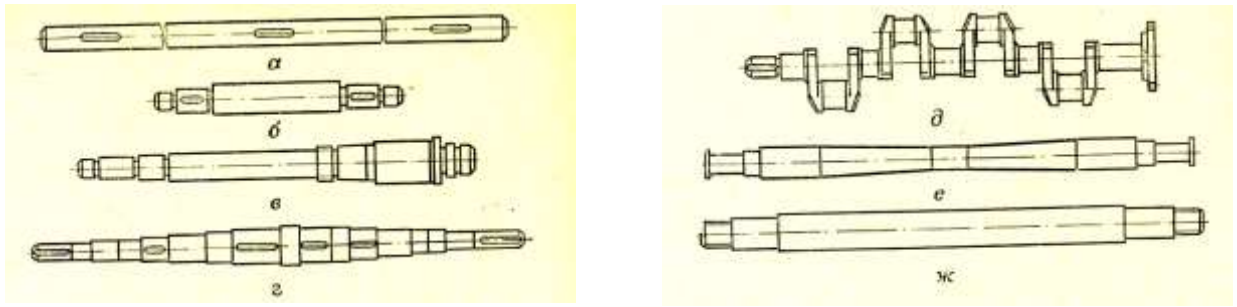
Карданный вал



Ось сателлита



27.1-рис.



27.2-рис. Основные виды валов и осей:

а-прямые, б-вал паровой турбины, в,г-фасонный вал(ступенчатый), д-коленчатый вал, е-вращающаяся ось вагона, ж-неподвижная ось вагона.

Оси служат для крепления вращающихся деталей к раме или корпусу.

Оси не передают крутящий момент, то есть мощность. Они работают только при изгибающей нагрузке. Оси могут быть вращающимися или неподвижными.

Отличие валов от осей в том, что детали, вращающиеся на валах, не только крепятся, но и передают крутящий момент. Кроме того, валы работают и на изгиб.

Часть вала и оси, к которой крепятся опоры, называется цапфой. Цапфа называется шейкой, если она располагается на кромке вала, а шип на средней части. Если сила реакции основания направлена вдоль оси вращения, то цапфа-пята опоры называются пятнами.

Валы делятся на раздаточные и главные валы в зависимости от аспекта использования.

Шестерни, звездочки, шкивы, муфты и другие детали передачи устанавливаются на валах передачи.

Валы, которые крепятся к органам машины, называются главными валами. Автомобильные колеса, диски, крепежные патроны станков являются примерами.

Оси могут быть неподвижными и вращающимися (приводными), (27.2-рис. е, ж) помимо того, что неподвижные оси относительно недороги в

изготовлении, детали, которые на них устанавливаются, требуют размещения с подшипником.

Формы валов и осей определяются условиями их эксплуатации, уровнем нагрузки, процессом сборки узла и подготовки вала.

По геометрической форме валы могут быть прямыми и коленчатыми.

Прямые валы по форме и конструкции могут быть поперечного сечения неизменными (трансмиссионными), ступенчатыми, шлицевыми, вал-шестернями, червячными валами и фланцевыми. Коленчатые валы в сочетании с тем, что они работают как обычные валы, также выполняют роль кривошипа.

Вращающаяся деталь передает крутящий момент между неподвижными узлами гибких валов, не зависящими от изменения положения.

По рисунку поперечного сечения валы могут быть цельными или полыми.

В автомобильной и боевой технике валы и оси могут быть выполнены в различных конструктивных формах в зависимости от выполняемой ими функции, например: вал главной передачи в коробке передач танка, а также вал ведущей бортовой передачи ступенчатые шлицевые.

В механизме управления сателлиты фиксируются с помощью цельной оси. В некоторых случаях конструкция машины вынуждает вставлять второй вал в первый вал.

Пример: ведущий вал передачи вентилятора проходит через ведущий вал коробки передач.

Ступенчатые валы отличаются от валов с прямым поперечным сечением. Благодаря тому, что поперечные сечения таких валов определяются с помощью эпюр изгибающего и крутящих моментов, их форма по длине приближается к стержню с одинаковым сопротивлением.

В ступенчатом валу переходная часть от одной поверхности сечения к другой принимает силы, направленные вдоль оси, и валы такой формы упрощают процесс сборки и разборки узла.

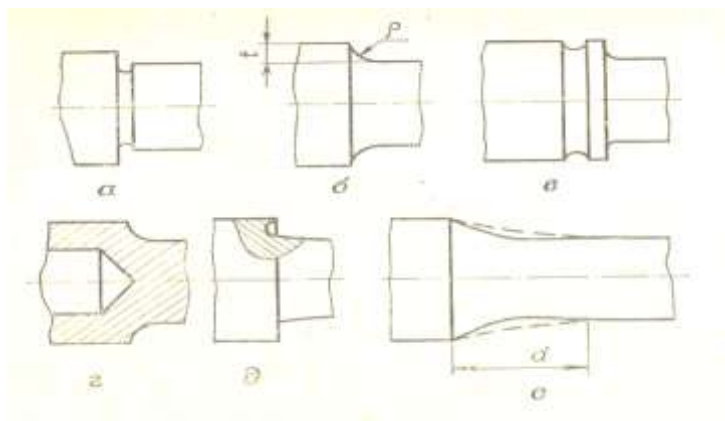
Поверхности для посадочных мест деталей (зубчатого колеса, шкива, звездочки и т. д.), которые сажаются на вал, выполняются в виде цилиндра или конуса.

Учитывая простоту процесса изготовления, валы в основном состоят из поверхностей цилиндрической формы.

С другой стороны, конические поверхности используются, когда на вал предъявляются высокие требования к установке тяжелых деталей (колес), обеспечению необходимой герметичности между валом и шестерней, замене шестерни в короткие сроки и центровке колеса по отношению к валу. Диаметр вала для установки детали и подшипников выполняется по размерам стандартного ряда.

Переходная часть вала с одной ступени на вторую может выполняться в следующих видах:

- углубление для заточки (27.3-рис, а);
- с использованием соединения с постоянным радиусом (галтель) (27.3-рис., б);
- с помощью соединения специальной формы (27.3-рис., д, е,).



27.3-рис. Проходные части валов:

а-проточка, б-сопряжение с постоянным радиусом, в-проточка для уменьшения напряжения, г-центровое отверстие, д-специальное сопряжение, е-приемлимое сопряжение.

Процесс глубокой обработки на выходе проточки на валу обеспечивает долговечность проточки. Но такая глубина вызывает накопление напряжения, и прочность вала снижается при переменном напряжении.

Радиус соединения с неизменяемым радиусом ρ меньше, чем радиус фаски или закругления отверстия в деталях, проходящего через вал.

Определение ρ для деталей, в которые будет устанавливаться подшипник качения, рекомендуется в следующих соотношениях: $\frac{t}{\rho} = 3$; $\frac{t}{d} = 0.04$ - (малые количества для больших диаметров).

t -высота прохода, т. е. половина разницы диаметров.

Для валов с большой нагрузкой желательно, чтобы радиус сопряжения был равен или больше $0,1 d$. Радиусы сопряжений стандартизованы.

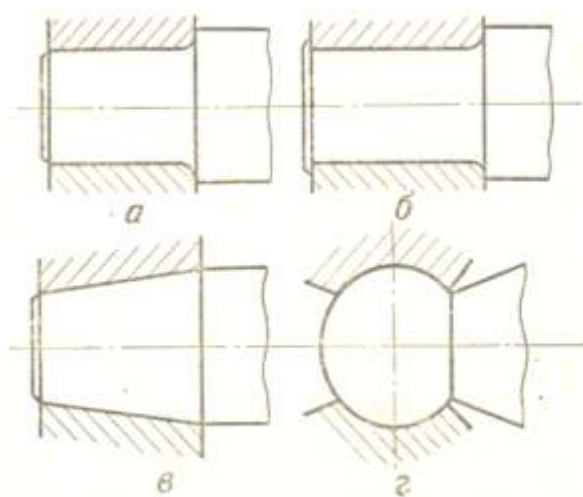
Для обеспечения прочности вала рекомендуется снимать металл, работающий при низких нагрузках в поперечном сечении, т. е. выполнять специальные углубления (рис.27.3, в), просверливать отверстия диаметром больше шага (рис.27.3, г). Эти меры обеспечивают равномерное распределение нагрузки.

27.2.Конструкции валов и осей.

Цапфы вала, работающие на подшипниках скольжения, выполнены в виде конической сферы или цилиндра (рис.27.4).

Для того чтобы положение вала на оси не менялось и упростить процесс сборки, диаметр цапфы делают меньшим, чем диаметр соседнего бордюра.

Чтобы детали, вставленные в вал, не скользили по оси, делается буртик (рис.27.4, б).

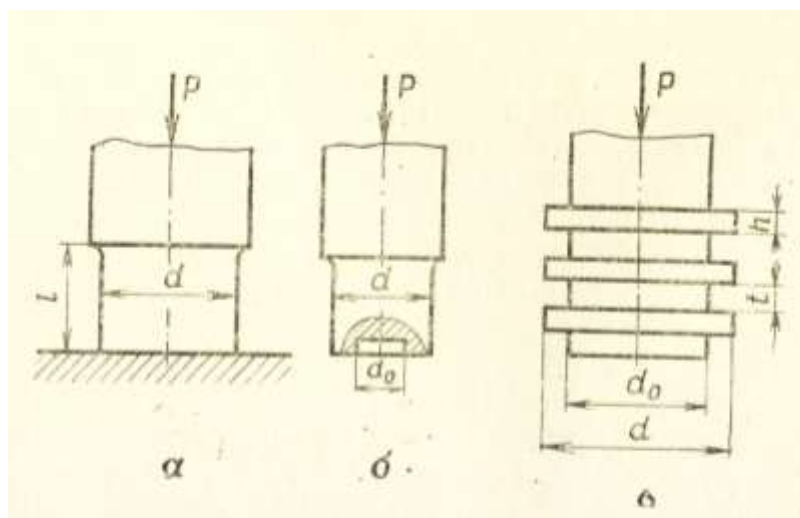


27.4-рис. Виды цапф для подшипников скольжения:
а-цилиндрической формы; *б*-с буртиком для ограничения осевого смещения; *в*-конической формы; *г*- сферической формы.

Коническая цапфа используется для регулировки положения зазора или вала на оси в подшипнике.

Сферическая цапфа способна обеспечить смещение оси вала под определенным углом.

Конструктивные формы пяты вала изображены на рис.27.5.



27.5-рис. Конструктивная форма пяты:
а-цельные; *б*- кольцевые; *в*- гребенчатые.

По форме и количеству скользящих поверхностей пяты могут быть цельнокрайними, гребенчатыми и сегментными.

Рабочая часть цельной пяты-это боковая поверхность, и на этой поверхности неравномерно распределяется удельное давление.

Однако на пяте давление распределяется относительно равномерно. Гребенчатые пяты используются, когда направленная вдоль оси нагрузка больше продольной силы Q . Процесс изготовления и сборки гребенчатых пяты не только сложен, но и отличается величиной силы трения, действующей на него.

27.3.Выбор материала для валов и осей.

Коленчатые валы изготавливаются из стали марки 20Х; 12ХН3А; 18ХГТ, подвергнутой высокотемпературной химической обработке (цементация) 20Х; 12ХН3А; 18ХГТ; или обработанной азотом поверхности (азотирование) 38Х2МЮА, так как цапфа вращающегося вала на подшипнике скольжения специальных валов требует высокой твердости. Стоимость материала таких валов и неспособность противостоять накоплению напряжения приводят к ограничению сферы их эксплуатации.

Валы диаметром до 250 мм изготавливаются из проката с круговым поперечным сечением, валы диаметром более 150 мм и фасонные-из ковальной заготовки, а также из высокопрочного чугуна.

Возможность изготовления коленчатых валов различной формы из такого чугуна, которая отличается низкой чувствительностью к напряжению и высокой закаливающей способностью.

Материалы, из которых изготовлен вал и ось, должны обладать высокой упругостью, устойчивостью к накоплению напряжения, возможностью термической обработки, а также свойством к резанию. Он изготавливается из сталей марок 35, 40 и 45 с последующей термической обработкой в соответствии с требованиями.

Валы без термической обработки изготавливаются из стали марок Ст 5 и Ст 6.

Валы с высокими требованиями, работающие при больших нагрузках, изготавливаются из легированных сталей, таких как 40Х, 40ХН2МА, 30ХГТ, 30ХГСА. Валы, изготовленные из сталей этой марки, подвергаются продольному нагреву при высокой температуре или отпускаются при низкой температуре и обрабатываются с использованием тока высокой частоты (ТВЧ) на поверхности (шлицевые валы).

В связи с тем, что цапфа вращающегося вала в подшипнике скольжения должен иметь высокую твердость, его изготавливают из сталей марки 20Х, 12ХН, 3А, 18ХГ, подвергнутых высокотемпературной химической обработке

(цементация), или из сталей марки 38Х2ТЮА, подвергнутых поверхностной азотной обработке (азотирование).

27.4. Предварительный расчет валов.

Определение диаметров валов.

Расчет валов на прочность по степени точности подразделяют на следующие методы:

Приблизительный метод. Предварительный расчет валов. Предварительный расчет валов производится по пониженным допустимым напряжениям.

Крутящий момент на ведущем валу: $T_1 = 98,8 \text{ Н м}$;

Расчет ведущего вала.

Диаметр наконечника входного вала при допустимом напряжении на кручение $[\tau_k] = 12 \dots 25 \text{ Н/мм}^2$ определяется по формуле:

$$d_{ex} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T_1}{\pi \cdot [\tau_k]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 98,8 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 25}} = \sqrt[3]{\frac{1580800}{78,5}} = 27,2 \text{ мм}$$

Диаметр валов выбирают по стандарту ГОСТ- 6636-69:

10; 10,5; 11; 12; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 24; 25; 26; 28; 30; 32; 34; 36; 38; 40; 42; 45; 48; 50; 52; 55; 60; 70; 75; 80; 85; 90; 95; 100; 105; 110; 120; 125; 130; 140; 150; 160.

$d_{ex} = 28 \text{ мм}$; - принимаем.

$[\tau_k]$ - проверка допустимого натяжения на кручение.

$$\tau_k = \frac{16 \cdot T_1}{\pi \cdot d^3} \leq [\tau_k]; \quad (27.1)$$

$$\tau_k = \frac{16 \cdot 98,8 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 28^3} = \frac{1580800}{68929,3} = 22,9 \text{ Н/мм}^2.$$

$\tau_k = 22,9 \leq [\tau_k] = 25$ - условие выполнено.

Вал редуктора соединен с валом электродвигателя через муфту, поэтому необходимо согласовать диаметры ротора d_{ov} и вала d_{ex} .

Муфты могут соединять валы с соотношением $d_{ex} : d_{ov} \geq 0,75$, в то время как полумуфты должны иметь одинаковый внешний диаметр.

30: 32=0,93 \geq 0,75; условие выполнено.

Так как $d_{\text{ов}} = 32\text{мм}$, выбираем стандартную эластично втулочно-пальцевую муфту (Я.У.Исмадияров, Ш.Б.Мадалиев, Ж.М.Бегатов. Детали машин курсовое проектирование. -Firdavs-shox, 2024. 144 с.П.38).

Диаметр вала, на котором будет располагаться манжетный уплотнитель; принимаем . $d_1^I = 32\text{мм}$

Диаметр под подшипник:

$$d_1^{II} = d_1^I + 2 \cdot t;$$

где: $t=2,5$;

$$d_1^{II} = 32 + 2 \cdot 2,5 = 37\text{мм}.$$

Диаметр подшипникового вала должен заканчиваться цифрами 5 и 0.

Принимаем $d_1^{II}=35\text{мм}$.

Диаметр маслoneпроницаемого кольца:

$$d_1^{III} = d_1^{II} + 2 \cdot t = 35 + 2 \cdot 2,8 = 40,6\text{мм};$$

Принимаем $d_1^{III} = 40 \text{ мм}$.

Расчёт ведомого вала

Крутящий момент на ведомом валу: $T_2 = 479 \text{ Н м}$

$[\tau_K] = 15 \text{ Н / мм}^2$ -для диаметра выходного конца выходного вала

$$d_{\text{вых}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 479 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 20}} = \sqrt[3]{\frac{7664000}{62,8}} = \sqrt[3]{122038,2} = 49,6\text{мм}$$

$d_{\text{вых}}=50 \text{ мм}$; принимаем по ГОСТ 6636-69.

Диаметр под уплотнителя: $d_2^I = 54\text{мм}$.

Диаметр под подшипник: $d_2^{II} = d_{\text{вых}} + 2 \cdot t = 50 + 2 \cdot 3 = 56\text{мм}$,

где: $t=3$; Принимаем $d_2^{II}=55 \text{ мм}$.

Диаметр вала под зубчатое колесо:

$$d_2^{III} = d_2^{II} + 3,2 \cdot r = 55 + 3,2 \cdot 3 = 64,6\text{мм}.$$

$d_2^{III} = 60\text{мм}$, - принимаем.

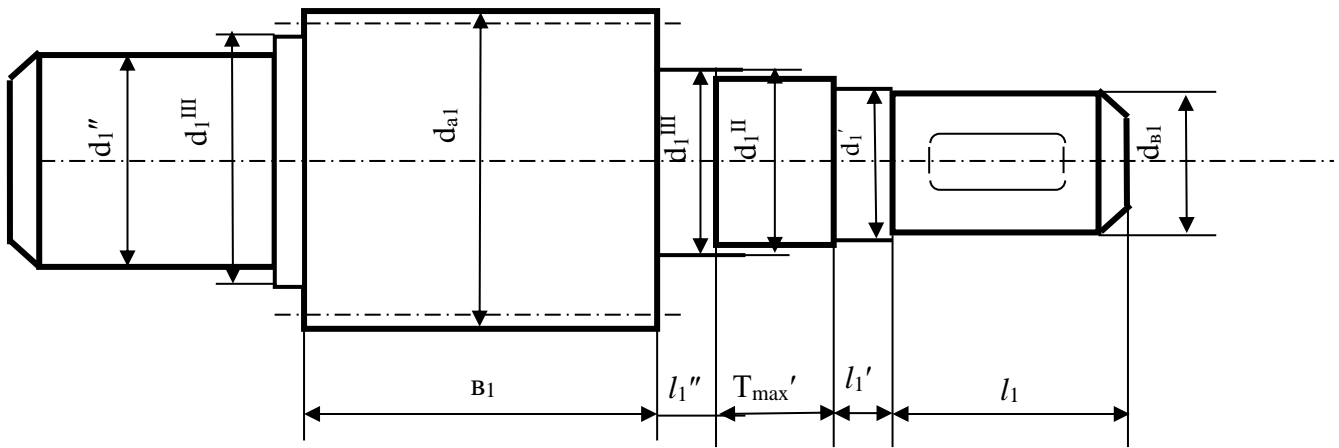
Диаметр буртика $d_{b2}=d_2^{III} + 3 \cdot r = 60 + (3 \cdot 3,5) = 70,5\text{мм}$.

где: $r = 3,5$, $d_{b2} = 70 \text{ мм}$.

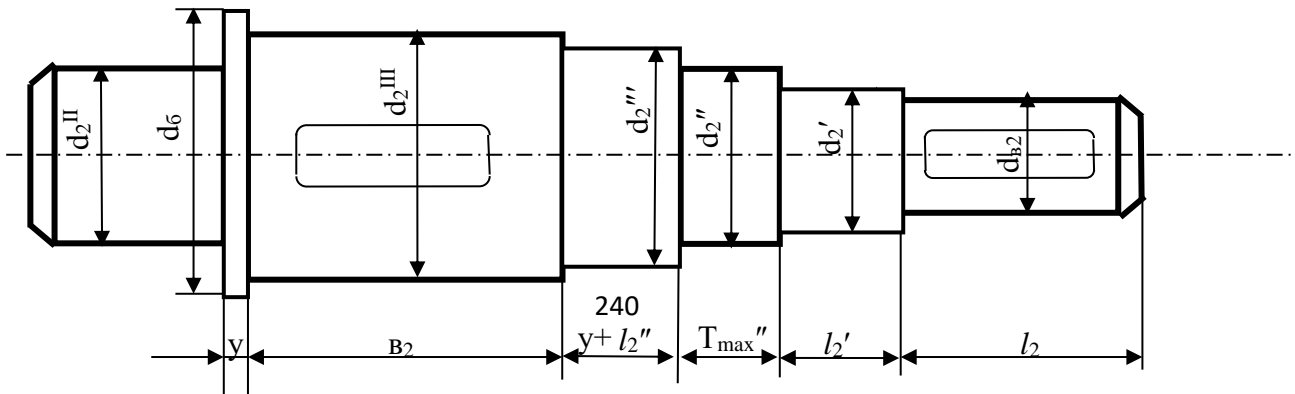
Таблица 27.1.Размеры входного и выходного валов

Валы		Diametrlar,mm		
Входной	$d_{ex}=28$	$d_1^I = 32$	$d_1^{II} = 35$	$d_1^{III} = 40$
Выходной	$d_{вых} = 50$	$d_2^I = 54$	$d_2^{II} = 55$	$d_3^{III} = 60$
				$d_6 = 70$

а) Ведущий вал



б) Ведомый вал



27.5.Предварительный расчет диаметров вала и выбор подшипника.

Из-за осевой нагрузки выбираем шарикоподшипник радиально-упорный, однорядный (Я.У.Исмадияров, Ш.Б.Мадалиев, Ж.М.Бегатов. Детали машин курсовое проектирование. -Firdavs-shox, 2024. 129 с.П.27).

Таблица 27.2.Подшипники.

Лёгкая серия							
Условное обозначение	Размеры,мм					Грузоподъёмность,кН	
	d	D	B	r	r_1	C_r	C_0
207	35	72	17	2,0		25,5	13,7
211	55	100	21	2,0		43,6	25

Расчет длины валов:

Длина ведущего вала, вала шестерни: для цилиндрических, конических и червячных редукторов:

$$l_1 = (1.0 \dots 1.5)d_1 - \text{под муфту};$$

$$l_1 = (1.2 \dots 1.5)d_1 - \text{под шкив};$$

$$l_1 = (0.8 \dots 1.5)d_1 - \text{под звёздочку};$$

Длина частей ведущего вала под крышки и подшипники:

$$l_2 = 0.6 \cdot d_4 - \text{для конического редуктора};$$

$$l_2 = 1.5 \cdot d_2 - \text{для цилиндрического и червячного редуктора};$$

$$l_3 = 2 \cdot y_1 + b - \text{для цилиндрического и червячного редуктора};$$

где:

$$l_2^{\parallel} - \text{ширина маслоудерживающего уплотнителя 2 шт},$$

b -ширина шестерни.

u -расстояние между стороной шестерни и внутренней стенкой корпуса.

Для ведущего вала: , рис. 27.6, а) ; рис. 27.6, б)

$$l_{вх} = l_1 = 1,5 \cdot d_{кр} = 1,5 \cdot 28 = 42 \text{ мм}$$

Ширина крышки подшипника ;

$$l_1^I = 1,5B_1 ;$$

Где: $B_I = T_{max}^1$; ширина подшипника,

$$l_1^I = 1,5 \cdot 17 = 25,5 \text{ мм}$$

Ширина подшипника;

$$T_{\max}^1 = B_1 = 17 \text{ мм}$$

Расстояние от стороны подшипника до стороны шестерни.

$$l_1^{II} = 8 \dots 18$$

принимаем $l_1^{II} = 12 \text{ мм}$.

$$u = 8 \dots 12 \text{ мм}$$

$u = 10 \text{ мм}$, принимаем

Ширина крышки подшипника ;

$$l_1^{III} = 8 \dots 18$$

принимаем $l_1^{III} = 12 \text{ мм}$.

Для ведомого вала: рис.27.6, б);.

$$\ell_{\text{чк}} = \ell_2 = 1,5 \cdot d_{\text{вых}} = 1,5 \cdot 50 = 75 \text{ мм}$$

Ширина крышки подшипника ;

$$\ell_2^I = \ell_1^I = 25,5 \text{ мм}$$

Ширина подшипника;

$$T_{\max}^2 = B_2 = 21 \text{ мм}.$$

Расстояние от стороны подшипника до стороны колеса

$$y = 8 \dots 12 \text{ мм}$$

$y = 10 \text{ мм}$, принимаем.

28. Опоры валов и осей

28.1. Подшипники и их использование.

Подшипники предназначены для удержания вращающихся валов и осей в пространстве, принимая на себя действующие на них силы, обеспечивая их свободное вращение. Подшипники могут удерживать шкивы и шестерни, вращающиеся вокруг неподвижной оси, в дополнение к валу и осям.

По типу трения подшипники делятся на: в подшипниках скольжения опора вала скользит по поверхности подшипника с масляным слоем; в подшипниках качения трение скольжения заменяется на качение, при котором сепаратор и шарики перемещаются между опорными поверхностями.

Подшипники скольжения распространены в автомобилях и военной технике, особенно в поршневых двигателях и силовых трансмиссиях.

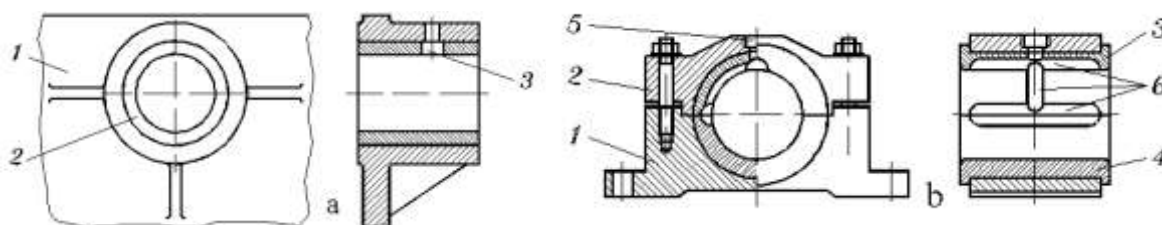
Подшипники качения нашли свое место во многих узлах и механизмах автомобильных бронетранспортеров, танков. Например; подшипники качения автомобильного, танковых коробки передач, служат опорой валов редуктора бронетранспортеров, распределительной коробки.

28.2. Основные понятия , выбор и расчет подшипников скольжения.

Подшипники скольжения-скольжение основано на трении, в основном состоит из следующих частей: корпус 1, вкладыш 2 (втулка), смазочное устройство 3.

Подшипники скольжения делятся на следующие виды:

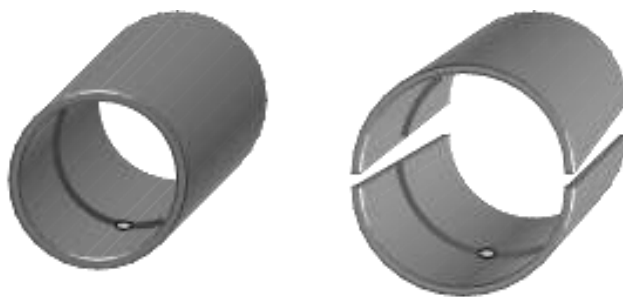
- а) неразъёмные подшипники – используются на малых скоростях;
- б) разъёмные подшипники – используются в тяжелом машиностроении, облегчают сборку валов;
- в) самоустанавливающиеся подшипники – вкладыши имеют сферическую форму, сферические поверхности исключают или предотвращают наклон осей.



28.1-рис. Подшипники скольжения:

- а- неразъёмный; 1-корпус; 2-вкладыш-втулка; 3-отверстие для масла
- б- разъёмный; 1-корпус; 2-крышка; 3,4-втулка; 5-отверстие для масла; 6-желоба для масла;

Вкладыш- является основным элементом подшипника скольжения и изготавливается из антифрикционных материалов. В неразъёмных подшипниках вкладыш выполняется в виде втулки, а в разъёмных - в виде двух цельных полуцилиндров.



28.2-рис. Вкладыши

Материалы для вкладышей должны обладать следующими свойствами:

а) устойчивость к износу, высокая устойчивость к нагрузке. Возможен износ вкладышей чем цапфа вала, так как замена вала обходится намного дороже, чем замена вкладышей.

б) устойчивость к ударным нагрузкам и усталости.

в) малый коэффициент трения, высокая теплопроводность, малое тепловое расширение.

Бронза. Бронзовые вкладыши применяются при средних скоростях и больших нагрузках: оловянные бронзы БрОФ10-1, БрОЦС 6-3 и др.

Применяют алюминиевые бронзы БрАЖ 9-4 и др., при закалённых цапфах вала.

Свинцовые бронзы используются при переменных нагрузках.

Баббит. Обладает высокими антифрикционными свойствами. Баббиты покрываются отливкой в виде тонкого слоя на стальные или бронзовые вкладыши. Высокооловянные Б89 (13 баббиты используются при высоких и средних нагрузках.

Чугун. Чугунные вкладыши используются в медленно движущихся механизмах. Из всего используется антифрикционные чугуны АСЧ-1.

Металлокерамика. Металлокерамические вкладыши изготавливаются путем прессования и нагревания медного или железного порошка (с добавлением графита, олова или свинца). Они пористые и хорошо удерживают масло. В основном используются в механизмах, где масло не подается.



Неметаллические материалы. Для вкладышей из неметаллических материалов используют пластмассы, массив дерева, резину и др. В качестве масла в них можно использовать воду.

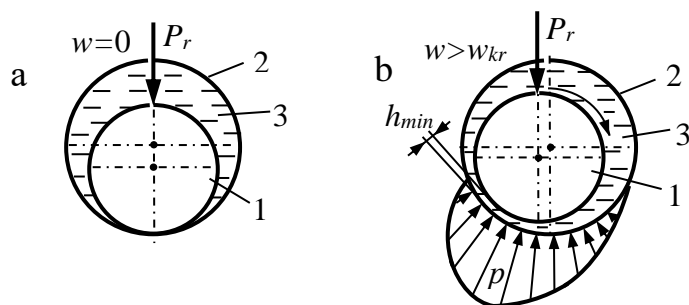
Режим трения. Подшипники скольжения будут иметь трение полусухое, полужидкостное и жидкостное.

1) во время пуска скорость скольжения будет небольшой, большая часть поверхностей трения будет отделена от цапфы и втулки маслом, а трение будет полусухим.

2) по мере увеличения скорости масло начинает поступать на дно вкладыша, цапфа всплывает и поднимается, масляный слой увеличивается. В этом случае происходит трение полужидкостное.

3) при дальнейшем увеличении скорости между цапфой и вкладышем образуется непрерывный застойный слой масла. Это создает трение в жидкости, которое не разъедает и не царапает.

Трение в жидкости происходит при определенных условиях в специальных подшипниках. Подшипники скольжения работают в основном в полужидкостном режимах трения.



28.3-рис. Положение цапфы в подшипнике:
а-в состоянии покоя; б-в состоянии вращения; 1-вал; 2-вкладыш; 3-масло.

Смазочные материалы-служат для уменьшения трения и разъедания трущихся поверхностей, рассеивания тепла, выделения частиц разъедания, защиты деталей от коррозии. Они бывают жидкими, пластичными (густые), твердыми и газообразными.

Жидкие масла-бывают минеральные (нефтяные), органические. Органические масла используются в особых случаях. Чаще всего используются минеральные (индустриальные, моторные) масла.

Высоковязкостные (пластичные) смазки-солидол, констаин и др. применяются в подшипниках, работающих при малых скоростях скольжения и ударных нагрузках.

Твердые смазочные материалы-графитовые, слюдяные (минеральные) и др., применяются в тех случаях, когда нельзя использовать жидкие и пластичные смазки.

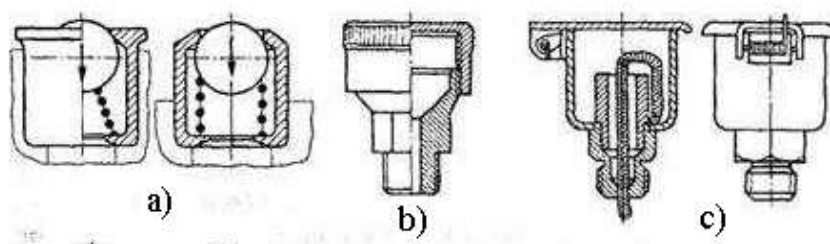
Воздушные и газовые смазки – применяются в подшипниках малой нагрузки, работающих на больших скоростях.

Смазочные устройства-одиночные и централизованные, периодического и непрерывного действия, бывают для жидких и пластичных масел. Для лучшего распределения масла в корпусе подшипника делают отверстия, а во втулках-желоба.

Пресс-маслёнка – масло подается на трущиеся поверхности под давлением с помощью шприца. Такие площадки имеют небольшие габариты и могут быть установлены в любом месте.

Фитильная маслёнка – масло непрерывно подается через фитиль на трущиеся поверхности.

Колпачковая маслёнка –служит для переноса пластичного масла. При повороте маслonaполненного колпачка масло периодически подается по трубке на трущиеся поверхности.



28.4-рис. Маслёнки:
а-пресс-маслёнка; б-колпачковая; с-фитильная

Кольцевая смазка – выполняется кольцом, свободно висящим на цапфе. За счет силы трения между цапфой и кольцом кольцо вращается, забирая масло из ванны и передавая его цапфе.

Смазка брызговиками-применяется в герметично закрытых механизмах. Масло улавливается и разбрызгивается вращающимися деталями.

Циркуляционные смазочные устройства-централизованная, непрерывная фильтрация, подача охлажденной смазки на все подшипники.

Преимущества подшипников скольжения:

- а) надежно работает на высокоскоростных приводах;
- б) устойчив к ударным, ударным, вибрационным нагрузкам и работает без шума;
- в) имеет малый радиальный размер;
- г) возможность установки съемных подшипников на коленчатые валы; муфта, шкивы могут не сниматься в процессе ремонта;
- д) прост по конструкции.

Недостатки:

- а) требует постоянного контроля смазки и нагрева в процессе работы;
- б) относительно большие размеры вдоль оси вала;
- в) расход масла высокий.

28.3.Расчет подшипников.

Подшипники скольжения находятся в полужидкостном режимах трения, расчёты ведутся условно по величинам среднего давления p и pv . Исходя из этого, условие прочности:

$$p = R / F \leq [p] ; pv \leq [pv] ; \quad (28.1)$$

где: R -радиальная нагрузка на подшипник;

F -поверхность проекции цапфы в диаметральной плоскости;

для шипа и шейки $F = d l$;

d и l -диаметр и длина шипа (шейки) ;

v -окружная скорость поверхности цапфы.

Условие прочности при среднем давлении p гарантирует, что масло не вытесняется из щели между цапфой и вкладышем.

Условие прочности по размеру $p \cdot v$ обеспечивает нормальный тепловой режим и отсутствие скольжения на скользких поверхностях.

Для большинства подшипников скольжения берется $l=(0,5/1,3) d$.

В стационарных машинах $p=(0,98...3,94) \text{ МПа}$; $p \cdot v=(1,96...9,81) \text{ МПа} \cdot \text{м/с}$.

В двигателях $p=(3,94...19,62) \text{ МПа}$; $p \cdot v=(24,52...34,33) \text{ МПа} \cdot \text{м/с}$.

Расчет подшипников в режиме трения в жидкости.

Для обеспечения трения в жидкости должны быть следующие условия:

а) зазор между фрикционными поверхностями должен быть требуемого размера;

б) масло с необходимой вязкостью должно быть надежно заполняющим зазор и подаваться непрерывно;

в) скорость скольжения должна быть достаточной для обеспечения необходимой гидродинамической силы захвата.

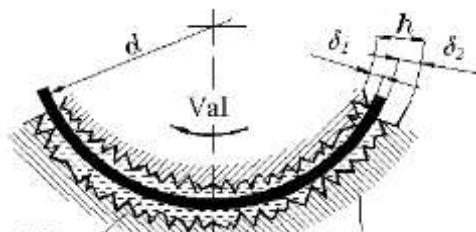
В самом узком месте пролета толщина масляного слоя зависит от режима работы подшипника. Чем больше вязкость масла и угловая скорость цапфы, тем больше h . Однако с увеличением нагрузки h уменьшается.

В стабилизированном режиме работы толщина h равна:

$$h = K (\delta_1 + \delta_2); (28.2)$$

где: $K \geq 2$ – коэффициент учитывая кривизну цапфы, ошибки подготовки и сборки ;

δ_1 и δ_2 – микротрещины в цапфе и вкладыше.



28.5-рис. Режим трения в жидкости

28.4.Основные понятия, выбор и расчет подшипников качения.

Подшипники качения-это опоры для вращающихся и качающихся деталей, которые работают на основе трения качения.

Подшипники качения являются стандартными узлами и состоят из следующих частей:

- тела качения (шар, валик), основные элементы;
- кольца, внутренние и внешние, имеют катящиеся пути, между которыми движутся катящиеся тела;
- сепаратор, деталь, удерживающая тела качения между кольцами на определенном расстоянии друг от друга.

Подшипники различной конструкции с наружным диаметром (1,0....2600) мм производятся на специальных подшипниковых заводах.

Преимущества подшипников качения:

- коэффициент трения небольшой, потери мощности на трение и нагрев меньше уходов;
- специальное наблюдение, обслуживание не требуется;
- система смазки проста, расход масла низкий;
- за счет стандартизации, возможность снижения себестоимости при большом объеме производства .

Недостатки подшипников качения:

- поскольку конструкция неразъемная, в некоторых случаях их можно соединить с валами.

(например, коленчатые валы) не могут быть установлены;

- ударная и вибрационная из-за высокой кривизны конструкции высокая чувствительность к нагрузкам;
- большие радиальные размеры по сравнению с подшипниками скольжения;
- низкая надежность на высоких скоростях и работает с шумом;
- нельзя использовать в воде и агрессивных средах;

- контактное напряжение велико, срок службы ограничен.

28.5.Классификация подшипников качения:

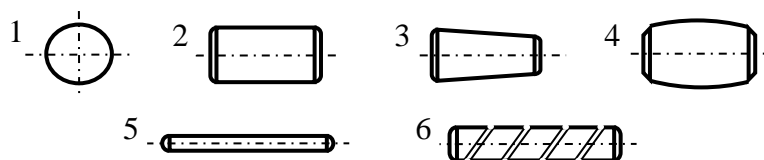
а) по форме тел качения: шаровидные, роликовые (цилиндрические, конические, бочкообразные, игольчатые, намотанные);

б) по направлению приема нагрузки: радиальный, радиально-упорный, упорно-радиальный, упорный;

в) по количеству рядов тел качения: однорядные и многорядные;

г) по способности к самоустановке: не самоустанавливающиеся, самоустанавливающиеся (сферическая);

д) делятся на серии по габаритам.



28.6-рис. Тела качения подшипников:
1-шарик; 2-цилиндрический; 3-конический; 4-бочкообразный;
5-игольчатый; 6-винтовые.

Основные размеры подшипников качения: D - наружный диаметр наружного кольца (диаметр отверстия корпуса), d - внутренний диаметр внутреннего кольца (диаметр вала), b -ширина.

Подшипники по внешним диаметрам подразделяются на следующие серии:

Сверхлегкий (0), специальный легкий (1), легкий (2), средний (3), тяжелый (4), легкий широкий (5), средний широкий(6).

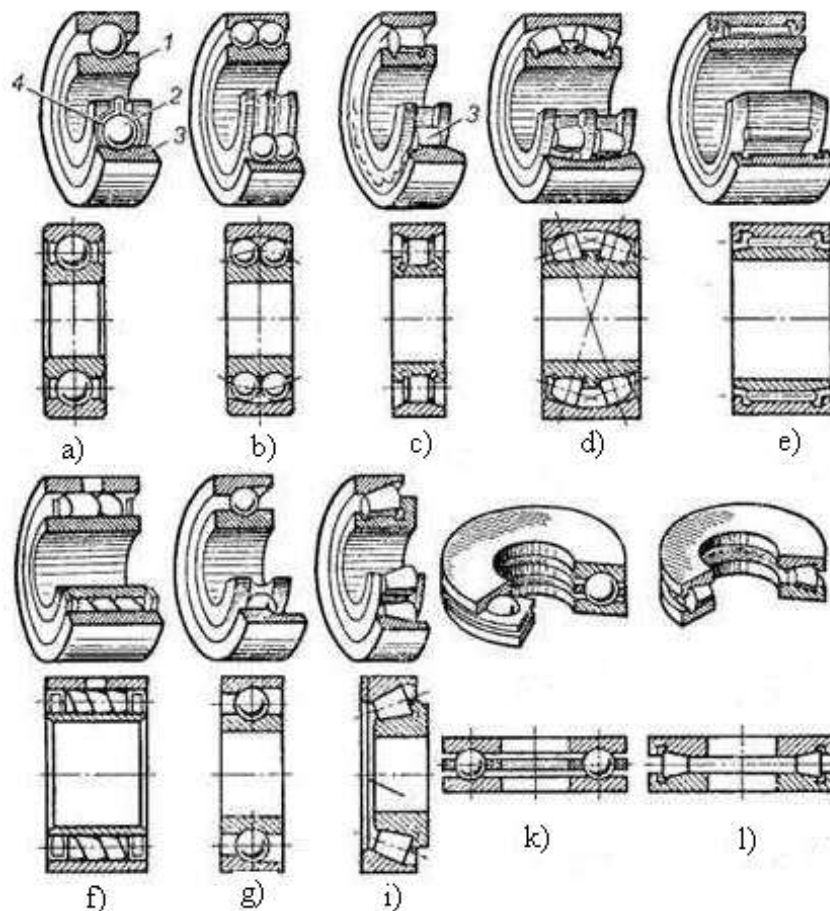
В зависимости от ширины подшипников серии делятся на: специальные узкие, узкие, нормальные, широкие и специальные широкие.

Для стандартных подшипников качения установлены 5 степеней точности (классов): нормальный - 0, повышенный - 6, более повышенный - 5, специальный повышенный - 4 и сверхвысокий - 2.

Типы подшипников качения показаны на рис.28.7.

Радиальные однорядные шарикоподшипники (условное обозначение-0), неразъемные, допускают наряду с радиальной нагрузкой и переменную продольную малую нагрузку.

Сферический радиальный, двухрядный сферический подшипник (1), наружные контактные поверхности имеют сферическую форму, а шарики расположены в 2 ряда в шахматном порядке, с радиальной нагрузкой, направленной по оси, принимающей небольшую нагрузку.



28.7-рис. Типы подшипников:

а-шариковый подшипник радиальный однорядный (0); б-шариковый радиальный двухрядный сферический подшипник (1); с-роликовый радиальный подшипник (2); д-роликовый двухрядный сферический подшипник (3); е) игольчатый подшипник (4); ф-игольчатый с винтовой канавкой, игольчатые подшипники (5); г-шариковый радиально-упорный подшипник (6); и-роликовый радиально-упорный (7); к-шариковый упорный подшипник (8); л-роликовый упорный подшипник (9).

Радиальный роликоподшипник (2), состоящий из разъемных цилиндрических коротких роликов, воспринимает большую радиальную нагрузку.

Подшипники сферические радиальные однорядные (условное обозначение-0), неразъемный, воспринимают помимо радиальной нагрузки постоянную небольшую продольную нагрузку.

Подшипник шариковый радиальный, двухрядный, сферический (1), наружные контактные поверхности сферические, шарики расположены в шахматном порядке, в 2 ряда, воспринимают наряду с радиальной нагрузкой небольшую осевую нагрузку.

Роликовый радиальный подшипник (2), состоящий из разъемных цилиндрических коротких роликов, воспринимает большую радиальную нагрузку.

Роликовый двухрядный сферический подшипник (3), ролики имеют бочкообразную форму и воспринимают особую высокую радиальную нагрузку.

Подшипники игольчатые (4), рассчитаны только на большие радиальные нагрузки, тело качения игольчатое, разъемное, ограниченное число оборотов, сложно в сборке, применяется редко.

Игольчатые роликоподшипники (5) с винтовыми канавками предназначены только для радиальной нагрузки, канавки улучшают смазку.

Сферический, радиально-упорный подшипник (6), может работать под воздействием больших нагрузок, радиально-осевого направления и переменного направления.

Роликовый радиально-упорный подшипник (7), состоящими из конических роликов, воспринимает достаточные радиальные и продольные нагрузки, наружное кольцо легкое.

Шариковый упорный подшипник (8), разъемный, воспринимает только осевую нагрузку.

Роликовый упорный подшипник (9), состоящий из конических роликов, может работать при большой осевой нагрузке.

Подшипники маркируются условно цифрами и буквами согласно стандарту. Две цифры справа определяют внутренний диаметр подшипника (диаметр вала, на котором установлен подшипник):

- если $d \geq 20$ мм, то умножение этих двух чисел на 5 даст значение диаметра d .

- если $d = 10 \dots 17$ мм, то диаметр d с двумя цифрами имеет следующий вид: будет: последние две цифры 00 01 02 03; внутренний диаметр d (мм) соответственно 10; 12; 15; 17.

- если $d < 9$ мм, то две цифры справа обозначают фактический внутренний диаметр подшипника (мм).

- если две цифры справа обозначают фактический внутренний диаметр подшипника ($d < 9$ мм), то на третьем месте ставится 0.

Четвертая цифра справа указывает тип подшипника.

4 цифры справа — это основные цифры, описывающие подшипник.

Маркировка подшипника нанесена на одно из колец. Если подшипник разъемный, то он ставится в оба кольца.

Примеры обозначений подшипников:

«203» - $d = 17$ мм, 2-я средняя серия, радиальный шариковый, нормальной точности-0;

«314» - $d = 70$ мм, 3- средняя серия, радиальный шариковый, нормальной точности;

«5-7512» - $d = 60$ мм, 5-лёгкая широкой серии, 7-конический роликовый, точность-5;

«6-1320» - $d = 100$ мм, средней серии, с сферическим шариком, точности-6;

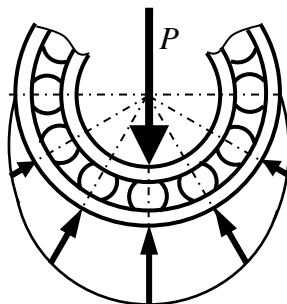
28.6.Материалы для подшипников качения.

Кольца и тела качения подшипников изготавливаются из специальных, высокопрочных сталей ШХ6, ШХ9 и ШХ15, ШХ15СГ (хромированные шарикоподшипники), а также легированных сталей 18ХГТ, 20Х2Н4А. После

первичной механической обработки его подвергают термической обработке и шлифовке.

Сепараторы часто изготавливают штамповкой из мягкой углеродистой полосовой стали. Для быстроходных подшипников сепараторы изготавливают из бронзы, латуни, дюралю или пластика.

Критерии исправности подшипников качения. На практике при проектировании машин подшипники качения не рассчитывают, а выбирают из таблицы по стандарту с учетом силы, действующей на опору, и всех рабочих факторов.



28.8-рис. Распределение нагрузки между телами качения в подшипнике

Под воздействием переменного напряжения контактирующие поверхности подвергаются усталости и являются основной причиной эрозии. Расчет долговечности подшипников качения основан на двух методах:

- во избежание остаточной деформации, согласно статической грузоподъемности;
- по динамической нагрузке, чтобы не разрушиться от усталости.

Выбор подшипников по статической нагрузке. При числе оборотов по стандарту $n < 10$ об/мин подшипники, выбираются исходя из следующего условия статической грузоподъемности:

$$P_o \leq C_o; (28.3)$$

где: P_o – эквивалентная статическая нагрузка (Н);

C_o – паспортная (каталоговая) статическая грузоподъемность.

Для шариковых, радиальных, радиально-упорных и роликовых радиально-упорных подшипников:

$$P_o = X_o P + Y_o T; \quad (28.4)$$

где: P и T — радиальная и осевая нагрузки (H);

X_o и Y_o — коэффициенты радиальной и продольной нагрузки.

На основании рассчитанного эквивалентной статической нагрузки P_o из каталога выбирается подшипник.

Выбор подшипников по динамической грузоподъемности.

При числе оборотов $n \geq 10$ об/мин подшипник испытывает динамическую нагрузку.

По грузоподъемности его выбирают исходя из следующего условия:

$$C_p \leq C_{ном}; \quad (28.5)$$

где: C_p — расчетная динамическая грузоподъемность (H);

$C_{ном}$ — номинальная (по каталогу) динамическая грузоподъемность.

Долговечность подшипника. Долговечность подшипника (ресурс) выражается следующим эмпирическим уравнением:

$$L = (C/P)^p \text{ или } C = P \sqrt[p]{L}; \quad (28.6)$$

где: L — нормальный ресурс, срок службы (млн. об);

C — нормальная динамическая грузоподъемность (H), приведенная в каталогах;

P — эквивалентная динамическая нагрузка (H);

p — показатель степени, $p=3$ для шарикоподшипников, для роликовых подшипников $p=3,33$;

Номинальный срок службы, нормальный ресурс (в часах):

$$L_h = 10^6 L / (60 n); \quad (28.7)$$

где: n — количество оборотов (об/мин).

В машиностроении принято среднее значение $L_h=(2500...20000)$ часов.

Эквивалентная динамическая нагрузка P зависит от типа подшипника, условий эксплуатации и характеристик воздействующих нагрузок:

- для шариковых радиальных, радиально-упорных и роликовых радиально-упорных подшипников:

$$P = (X K_a P_r + Y P_a) K_x K_t; \quad (28.8)$$

- для радиальных цилиндрических коротких роликоподшипников:

$$P = P_r K_a K_x K_t; \quad (28.9)$$

- для упорных шариковых и роликовых подшипников:

$$P = P_a K_x K_t; \quad (28.10)$$

где: P_r и P_a – радиальная и продольная нагрузка;

X и Y – коэффициенты радиальной и продольной нагрузки, выбираемые из каталога в зависимости от типа подшипника, соотношения радиальной и продольной нагрузки;

K_x – коэффициент безопасности, принимается, если нагрузка равномерная, $K_x=1$; если неравномерно, $K_x=1,3...1,5$; если ударный, $K_x=2...3$;

K_t – коэффициент, учитывающий нагрев подшипника, при рабочей температуре $t=125\text{ }^{\circ}\text{C}$ $K_t=1$; $K_t=1,05...1,4$ при $t=(125...250)\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Посадки для подшипников качения – определены стандартом. Для внутренних колец передачи выполняются по системе отверстий: $n6$, $m6$, $k6$, $p6$ при вращении вала; $h6$, $g9$ при вращении корпуса. А для наружных колец - по системе вала: $H7$, $K6$, $M7$, $J7$ при вращении вала; $H7$, $K6$, $M7$ при вращении корпуса.

Общие условия выбора посадки:

- зазоры на монтажных поверхностях или кольца вдоль них не должны скользить;

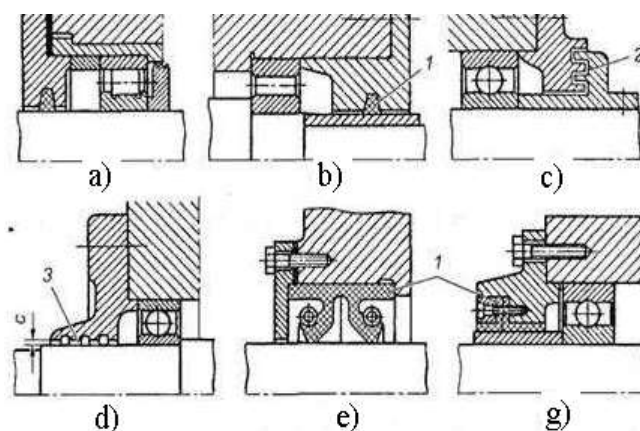
- натяги между посадочными поверхностями и кольцами должно быть минимальным, поскольку зазоры между кольцами и телами качения не должны изменяться.

Вращающееся кольцо, прикрепленное к вращающейся детали, фиксируется с помощью фиксированной (натягом) передачи, поскольку кольцо не должно скользить по прикрепленной детали. Неподвижное кольцо, прикрепленное к неподвижной детали (в отличие от вращающегося кольца), устанавливают с плотной или свободной посадкой.

Уплотнения – предотвращают утечку масла из подшипника, защищают от пыли и влаги.

В зависимости от принципа работы уплотнения делятся на:

- контактные (манжетами, войлочными, металлическими или пластиковыми кольцами), защита подшипников обеспечивается за счет плотного контакта с деталью, применяются на малых и средних скоростях;
- зазорные и лабиринтные, для прохождения жидкости или газов между зазорами обеспечивается защита подшипников за счет высокого сопротивления, применяются на любых скоростях.



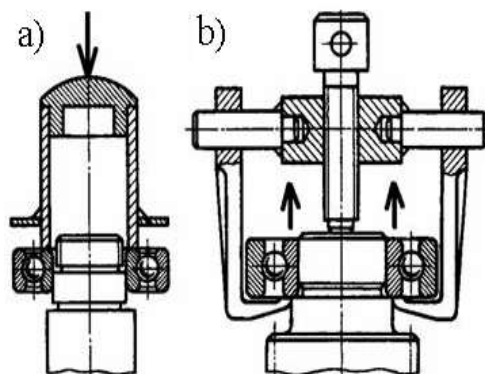
28.9-рис. Уплотнения: а,б-войлочные; с-лабиринтовые; d-с кольцевыми вырезами; е-манжетные; g- с кольцевыми вырезами.

Монтаж подшипников. Перед сборкой подшипникового узла подшипник промывают маслом или бензином. Посадочные поверхности валов и корпусов очищаются и смазываются.

Кольцо подшипника (внутреннее - к валу, наружное - к корпусу) с натяжением фиксируется к вращающейся части. Кольцо подшипника устанавливается на невращающуюся часть с легким натяжением или проставкой.

Для установки подшипника на вал с натяжением подшипник нагревают в минеральном масле до температуры 80...90°C. При установке на кольца передаются прижимные усилия.

Разделительные устройства используются для разборки (снятия) подшипников. Демонтажные усилия передаются через кольца, а не через тела качения.



28.10-рис. Установка и снятие подшипников:
а-установка; б-снятие

29. Муфты.

Назначение муфт, применение в машинах

Муфтами приводов называют устройства, основное назначение которых – соединение валов и передача вращающего момента без изменения значения и направления. Некоторые типы муфт дополнительно могут способствовать снижению в машинах вредных нагрузок, предохранять от перегрузок, включать и выключать исполнительный элемент машины. без остановки двигателя.

Для приближенного расчета вращающего момента T_k , нагружающего муфту в приводе, используется зависимость:

$$T_k = T_n + T_D = K T_n \quad (29.1)$$

Где T_n – номинальный длительно действующий момент;

T_D – динамическая составляющая момента;

K – коэффициент режима работы ($K = 1,1 \dots 1,4$ при спокойной работе – приводы конвейеров, испытательные установки; $K = 1,5 \dots 2,0$ при неравномерной работе – поршневые компрессоры, металлорежущие станки, мельницы; $K = 2,5 \dots 3,0$ – при ударной нагрузке – молоты, прокатные станы).

Установка полумуфт на валы

Устанавливаются на цилиндрические или конические концы валов. При постоянном направлении вращения и умеренно нагруженных валах

($\tau \leq 15 \text{ Н/мм}^2$) полумуфты сажают на гладкие цилиндрические валы по переходным посадкам типа $H7/k6$, $H7/m6$. При реверсивной работе, при сильно нагруженных валах ($\tau > 15 \text{ Н/мм}^2$) применяют посадку $H7/n6$

Для передачи вращающего момента используют шпоночное соединение. Установку полумуфт на цилиндрические шлицевые концы валов применяют, если при расчете шпоночного соединения длина посадочного отверстия получается больше $1,5d$.

Муфты классифицируются:

По управляемости:

1. Неуправляемые (постоянные, нерасцепляемые), обеспечивающие постоянное соединение валов. Длинные валы по условиям изготовления и транспортировки делают составными, соединяя отдельные части некомпенсирующими (глухими) муфтами. Для снижения вредных нагрузок на валы вследствие их смещения применяют компенсирующие муфты: жесткие и упругие. Упругие способны сглаживать динамические нагрузки (толчки, удары, вибрацию) вследствие наличия металлических и неметаллических упругих элементов.

2. Управляемые, соединение и разъединение во время работы. По принципу работы различают муфты с профильным замыканием (кулачковые, зубчатые) и фрикционные. По форме поверхности трения фрикционные делят на дисковые, конусные и цилиндрические

3. Самоуправляемые, срабатывают автоматически при изменении режима работы. Для предохранения от перегрузок, от неправильной эксплуатации служат предохранительные муфты. Для обеспечения плавного пуска машин с большими ускоряемыми массами применяют центробежные муфты. Передачу момента и вращения только в одном направлении обеспечивают автоматически срабатывающие обгонные муфты. (муфты свободного хода).

Расчетный момент.

Основной характеристикой нагруженности муфты является передаваемый вращающий момент T , Н.м.:

$$T = T_H + T_D = T_H(1 + T_D/T_H) = KT_H \quad (29.2)$$

T_H – номинальный момент (по потребляемой мощности двигателя, по частоте вращения)

T_D – Динамический момент;

K – коэффициент динамичности (режима работы)

$K = 1,1 \dots 1,5$ – спокойная работа, небольшие массы;

$K = 1,5 \dots 2,0$ – неравномерная работа, средние массы;

$K = 2,5 \dots 3,0$ – ударная нагрузка, большие массы

Наиболее слабые звенья выбранной муфты проверяют расчетом на прочность по расчетному моменту. Расчеты на прочность включают в себя расчеты шпоночных и шлицевых соединений, используемых для передачи вращающих моментов. между валами и полумуфтами. Во избежание случайных выключений муфты рассчитывают по предельному моменту: $T_{пред} = 1,25T_{max}$

Муфты, постоянно соединяющие валы

Глухие муфты

1. Втулочная муфта – Ст.5, Ст.3.; наружный диаметр $D = (1,5 \dots 1,6)d$, где d – диаметр вала. Длина муфты $L = (2,5 \dots 4)d$

2. Фланцевые муфты – полумуфты – ступицы с фланцем, соединенные болтами. Сила действующая на один болт, $F_t = 2Tl0^3/zD_l$,

где T - расчетный вращающий момент;

z – число болтов поставленных без зазора;

D_l – диаметр, расположения оси болтов.

Диаметр стержня болта $([\tau] < (0,2 \dots 0,3)\sigma T$

$$t = 4Ft/\pi d^2_0 \leq [\tau] \quad d_0 \geq \sqrt{\frac{4F_t}{\pi[\tau]}} \quad (29.3)$$

При установке болтов с зазором – вращающий момент силами трения на фланцах $T_{mp} = F_{зам} f z D_1 / 2 \cdot 10^3$; $F \geq 2T \cdot 10^3 / z f D_1 = 2TS \cdot 10^3 / z f D_1$ (29.4)

$$f = 0,15 \dots 0,2; S = 1,2 \dots 1,5$$

Внутренний диаметр резьбы болта определяем из условия:

$$\sigma_p = 1,3 F_{зам} / 4 \pi d_3^2 \leq [\sigma]_p \quad d_3 \geq \sqrt{\frac{1,3 F_{зам}}{\pi [\sigma]_p}} \quad (29.5)$$

Материал полумуфт – стали 40, 35Л; чугуны СЧ30.

Полумуфты устанавливаются с натягом.

Компенсирующие муфты

-для соединения валов с несовпадающими осями. Смещение валов приводит к дополнительным нагрузкам деталей муфт, валов и их опор.

В связи с неизбежным смещением соосных валов для их соединения применяют:

Жесткие муфты

1. Зубчатые муфты – состоит из двух одинаковых ступиц (втулок), имеющих внешние зубчатые венцы и двух одинаковых обоев с внутренними зубчатыми венцами. Обоймы стянуты болтами равномерно расположенными по окружности. В крышках, закрывающих внутреннюю полость муфты расположены специальные резиновые уплотнения, удерживающие жидкую смазку внутри муфты. Число зубьев и их размеры подобраны таким образом что бы зубья венца втулки располагались с некоторым зазором между зубьями обоймы, образуя зубчатое соединение

Муфты обладают большой несущей способностью и надежностью из за большого числа зубьев, передающих вращающий момент. Хорошо работают при значительных частотах вращения. Материал – 35ХМ, 40, 45, 40Л, 45Л.

2. Цепные муфты – полумуфтами служат звездочки, соединительный элемент – цепи роликовые однорядные, двухрядные и зубчатые. Достоинство : при монтаже и демонтаже не требуется осевого смещения узлов.

Исполнение полумуфт – цилиндрические со шпонкой, конические со шпонкой с резьбовым концом, шлицевые с эвольвентными или прямобочными

шлицами. Обозначение: Муфта 500 – 1- 50 – 1 – 56 2 (крутящий момент 500Н.м., тип 1, диаметр вала 50мм, исполнение 2. Размеры муфт по таблицам.

Силу с которой муфта воздействует на вал, можно принимать в долях от окружной силы на делительном диаметре звездочки:

$$F_M \approx 0,25F_0 \quad (29.6)$$

3. Шарнирные муфты – для передачи вращающегося момента с большими углами перекоса

4. Пальцевая муфта с металлическими дисками – компенсирует угловое смещение валов

4.1. Муфты упругие втулочно–пальцевые (МУВП) – простота конструкции, удобство замены резиновых упругих элементов. Компенсирующая способность невысокая. Пальцы муфты изготавливают из стали 45 и рассчитывают на изгиб:

$$4.2. \quad \sigma_u = 2 \cdot 10^3 T_K (0,5 l_{\text{вм}} + C) / Z_c D_0 \cdot 0,1 d_n^3 \leq [\sigma]_u = (0,4 \dots 0,5) \sigma_T \quad (29.7)$$

Радиальную силу действующую на вал , определяют $F_M = 50$

Упругие муфты – наличие упругого элемента, универсальна.

1. Муфты с неметаллическими упругими элементами (резино – кордные, резиновые)

2. Муфты с упругим элементом в виде резиновой торообразной оболочки – обладают большой крутильной, радиальной и угловой податливостью. При отклонении валов от соосности муфта нагружает валы осевой; при компенсации осевого смещения валов – радиальной силой; изгибающим моментом – при компенсации радиального и осевого смещения.

Ориентировочные размеры:

$$D \geq 28 ; \quad D_I = 0,75D ; \quad \delta = 0,05$$

После предварительных расчетов проверяют прочность оболочки в кольцевом сечении диаметром D:

$$\tau_K = 2 \cdot 10^3 T_K / (\pi D_I^2 \delta) \leq [\tau]_K \quad (29.8)$$

Оболочки $D \leq 300$ мм выполняют из резины: допускаемые касательные напряжения $[\tau]_K = 0,45 \dots 0,50$ Н/мм². При $D > 300$ мм для

повышения нагрузочной способности и срока службы оболочки армируют нитями корда. Для них $[\tau]_K = 0,7 \dots 0,75 \text{ Н/мм}^2$

3. Муфта с конической шайбой

4. Муфты с металлическими упругими элементами (стальные стержни)

Муфты сцепные управляемые.

1. Муфты сцепные кулачковые – при больших вращающих моментах, когда угловые скорости валов равны. Материал обеспечивает высокую твердость рабочих поверхностей 20Х, 12ХН3А, 40Х, 40ХН, 35ХГСА

2. Муфты сцепные фрикционные (сухие, со смазкой) – передают вращающий момент за счет сил трения на рабочих поверхностях, создаваемых плавным прижатием рабочих поверхностей. Меняя силу прижатия можно регулировать момент сил трения

Муфты сцепные самоуправляемые

Муфты предохранительные:

1. Муфты предохранительные с разрушающим элементом – малые габариты, высокая точность срабатывания. При перегрузке предохранительный элемент срезается, полумуфты размыкаются.

2. Муфты предохранительные фрикционные – автоматически восстанавливают работоспособность машины после прекращения действия перегрузки, однако точность срабатывания их невелика из-за непостоянства коэффициента трения на трущихся поверхностях дисков.

Муфты свободного хода

1. Муфты с эксцентриковыми роликами

Муфты центробежные (пусковые)

1. Колодочная нормально – разомкнутая муфта.

30. Соединения деталей машин.

30.1. Соединения.

По признаку разъёмности все виды соединений можно разделить на разъёмные и неразъёмные.

Разъемные соединения позволяют разъединять детали без их повреждения. К ним относятся резьбовые, штифтовые, клеммовые, шпоночные, шлицевые и профильные соединения.

Неразъемные соединения не позволяют разъединять детали без их повреждения. Применение неразъемных соединений обусловлено в основном технологическими и экономическими требованиями. К этой группе соединений относятся заклепочные, сварные и соединения с натягом (прессовые)*.

Соединения являются важными элементами конструкций. Многие аварии и прочие неполадки в работе машин и сооружений обусловлены неудовлетворительным качеством соединений.



Основные требования к соединениям.

Основным критерием работоспособности и расчета соединений является прочность.

Необходимо стремиться к тому, чтобы соединение было равнопрочным с соединяемыми элементами.

Желательно, чтобы соединение не искажало форму изделия, не вносило дополнительных элементов в его конструкцию и т. п.

30.2.Сварные соединения.

Общие сведения о сварных соединениях.

Сварные соединения формируются за счет межатомных связей между сварными, образующихся:

при местном или общем нагреве до расплава и последующем остывании – сварка плавлением

при пластическом деформировании нагретых или холодных стыков – сварка давлением.

Сварные соединения представляют собой основной тип неразъемных соединений. Они образуются путем местного нагрева деталей в зоне их соединения. В современном машиностроении применяют различные виды сварки. Наибольшее распространение получили электрические виды, основными из которых являются дуговая и контактная сварка. Различают три разновидности дуговой сварки:

1) автоматическая сварка под флюсом. Этот вид сварки высокопроизводителен и экономичен, дает хорошее качество шва. Применяется в крупносерийном и массовом производстве для конструкций с длинными швами;

2) полуавтоматическая сварка под флюсом. Применяется для конструкций с короткими прерывистыми швами;

3) ручная сварка, применяется в тех случаях, когда другие виды дуговой сварки нерациональны. Этот вид сварки малопроизводителен. Качество шва зависит от квалификации сварщика.

Достоинства сварных соединений:

являются наиболее прочными среди неразъемных соединений;
могут быть получены на автоматических и полуавтоматических линиях.

Недостатки сварных соединений:

неоднородный нагрев и наличие остаточных напряжений в шве;
возможность существования скрытых дефектов (трещин, непроваров, раковин, шлак).

Виды сварных соединений:

Стыковые соединения – соединяемые элементы являются продолжением один другого, сварку производят по торцам.

Нахлесточные соединения – боковые поверхности соединяемых элементов частично перекрывают одна другую.

Тавровые соединения – соединяемые элементы перпендикулярны или реже наклонены друг к другу, один элемент торцом приваривается к боковой поверхности другого.

Угловые соединения – соединяемые элементы перпендикулярны или наклонны друг к другу и привариваются по кромке.

Стыковые швы рассчитывают на прочность по номинальному сечению соединяемых деталей (без учета утолщения швов) как целые детали. Условие прочности по допускаемым напряжениям имеет вид:

$$\sigma = \frac{F}{ls} \quad \sigma \leq [\sigma'_p] \quad [\sigma'_p] = (0.9...1.0)[\sigma_p] \quad (30.1)$$

Допускаемое напряжение сварного шва при растяжении; зависит от допускаемого напряжения при растяжении детали из основного материала.

Допускаемая растягивающая сила равна: $F = [\sigma'_p]ls$ (30.2)

Напряжения в шве при совместном действии растягивающей силы и изгибающего момента:

$$\sigma_{max} = \frac{M_u}{W_z} + \frac{F}{ls} \leq [\sigma'_p] \quad (30.3)$$

Нахлесточные соединения испытывают, строго говоря, сложное напряженное состояние. Упрощенный расчет проводится по касательным напряжениям (A – площадь расчетного сечения):

$$\tau = \frac{F}{A} \quad A = Lk_p \cos 45^\circ = 0.7 Lk_p \quad (30.4)$$

Условие прочности

$$\tau = \frac{F}{0.7 k_p L} \leq [\tau_{ш}] \quad (30.5)$$

$[\tau_{ш}]$ – допускаемое напряжение в сварном шве при срезе.

Требуемая длина шва:

$$L \geq \frac{F}{0.7 k_p [\tau_{ш}]} \quad (30.6)$$

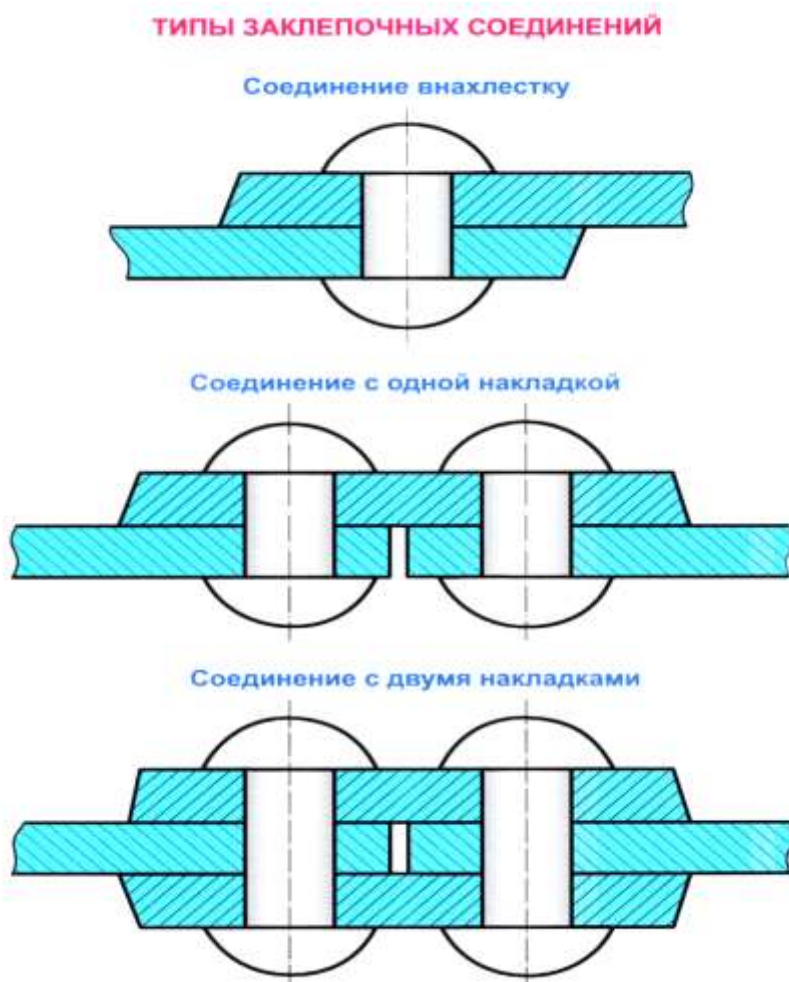
Допускаемая растягивающая сила: $[F] = 0,7 k_p L [\tau_{ш}]$ (30.7)

30.3. Заклепочные соединения.

Заклепочное соединение – неразъемное соединение деталей (обычно листовых) с помощью заклепки – сплошного или полого цилиндрического стержня с закладной головкой.

Заклепку при сборке устанавливают в подготовленное отверстие в деталях и осадкой (клепкой) специальным инструментом формируют вторую замыкающую головку.

Заклепочные соединения применяются там, где затруднена или невозможна сборка сваркой, пайкой или склеиванием. Соединения нетехнологичны и трудоемки.



30.1-рис

Расчет соединяемых деталей (срез)

$$\sigma = \frac{F}{A_{\text{нетто}}} = \frac{F}{s(b - zd)} \leq [\sigma_p] \quad (30.8)$$

$A_{\text{нетто}}$ – площадь детали в опасном сечении с учетом ослабления ее отверстиями; s и b – толщина и ширина соединяемой детали; z – число заклепок в одном ряду; d – диаметр одной заклепки.

Расчет соединяемых деталей (смятие)

$$\tau = \frac{F}{2s(t - 0.5d)z} \leq [\tau_{сд}] \quad (30.9)$$

$(t - 0.5d)z$ – длина опасного сечения.

30.4. Паяные соединения

Пайка представляет собой процесс соединения деталей из металлов, находящихся в твёрдом состоянии, посредством расплавленного припоя и имеющего температуру плавления, меньшую температуры плавления основного металла. Пайка схожа с сваркой плавлением, отличием пайки является отсутствие расплавления основного металла, который имеется при сварке плавлением. В процессе пайки главное значение имеют взаимное растворение и диффузия основного металла и припоя.

Поверхности присоединяемых частей должны быть тщательно очищены и обезжирены. Очистку соединяемых поверхностей производят при помощи напильников или шаберов, а их обезжиривание – растворителями: бензин, ацетон и уайт-спирит. Перед пайкой поверхности следует у соединяемых частей удалить соляной кислотой оксидную плёнку.

В процессе пайки положение соединяемых частей относительно друг друга следует закрепить. Для этого используют струбцины.

В некоторых случаях в процессе пайки может наблюдаться явление, когда припой превращается в шарик, вместо того чтобы растекаться по всему месту пайки и заполнять стык между соединяемыми частями изделия. Это обуславливается различными причинами, чаще всего силами поверхностного натяжения. Иногда причиной недостаточного смачивания является большое различие между структурами припоя и основного металла, а также наличие

оксидных пленок и загрязнения на поверхности припоя или соединяемых пайкой частей изделия. Поверхность металлических деталей всегда имеет микронеровности, которые образованы следами предшествующей обработки. Припой в расплавленном состоянии должен заполнять все эти полости. Для предупреждения образования оксидной пленки в процессе нагрева применяют специальные вещества - флюсы, которые также обеспечивают повышение смачиваемости припоем поверхностей соединяемых частей изделия и лучшее заполнение шва расплавленным припоем.

Для выполнения этих задач флюсы должны отвечать следующим параметрам:

температура, при которой флюс растворяет оксиды, должна быть несколько ниже рабочей температуры припоя;

скорость растворения оксидов должна быть выше, чем скорость пайки;

пайка должна производиться достаточно быстро, чтобы помешать появлению новых оксидов;

флюсы должны иметь низкую вязкость и умеренное поверхностное натяжение;

флюсы должны полностью отшлаковывать загрязнения и отводить их из зоны пайки.

В зависимости от назначения выполняемого соединения существуют два типа припоев: мягкие (t плавления $80...300^{\circ}\text{C}$) и твердые (t плавления $700...1000^{\circ}\text{C}$) на основе медно-цинковых и серебряных сплавов.

30.5.Клеевые соединения.

Клеевые соединения применяют для деталей из металла и неметаллических материалов.

Достоинства — возможность соединения разнородных материалов, герметичность, стойкость против коррозии, возможность соединения очень тонких листовых деталей, малая концентрация напряжений. Недостатки — сравнительно невысокая прочность, низкая теплостойкость.

На прочность клеевых соединений влияют характер нагрузок, конструкция соединения, марка клея, технология склеивания и время (с течением времени прочность некоторых клеев уменьшается). Для склеивания различных материалов применяют большое количество марок клея, отличающихся физико-механическими и технологическими свойствами (клеи БФ, ВК-1, ВК-2, МПФ-1 и др.). Наибольшее применение в машиностроении получили нахлесточные клеевые соединения, работающие на сдвиг.

Перед наклеиванием соединяемые поверхности обрабатывают абразивной шкуркой, так как шероховатость увеличивает поверхность склеивания. Толщина слоя клея должна быть 0,00...0,15 мм.

Расчет на прочность клеевых соединений производят на сдвиг методами сопротивления материалов. Для соединений, полученных клеями

$$\tau = \frac{F}{bl} \leq [\tau_c] \quad (30.10)$$

основных марок, принимают допускаемое напряжение на сдвиг $[\tau]_c = 10 \dots 15$ Н/мм².

30.6. Клеммовые соединения.

Клеммовые соединения применяют для закрепления деталей на гладких валах. Передача нагрузки с вала на клемму осуществляется за счет сил трения, которые возникают от затяжки болтов. Различают два основных типа клеммовых соединений: с разъемной ступицей и с разрезной ступицей. Разъемная ступица несколько увеличивает массу и стоимость соединения, но позволяет устанавливать клемму в любой части вала независимо от формы соседних участков и других деталей, закрепленных на валу.

Основными достоинствами клеммовых соединений являются: простота сборки и разборки, предохранение от перегрузок, возможность регулировки взаимного положения деталей как в осевом, так и в окружном направлениях.

Усилие затяжки болтов соединения зависит от принятого закона распределения давления на контактной поверхности соединения. Рассмотрим

возможные предельные случаи распределения давления. При посадке клеммы на вал с большим зазором контакт полуступиц с валом происходит по линии. Связь между силой трения и равнодействующей нормальных давлений на полуступице R в этом случае имеет вид: $F_{тр} = f R$,

где f - коэффициент трения. Условие передачи крутящего момента $F_{тр} d > T$ запишем в виде $F_{тр} d = KT$, где $K = 1,2 \dots 1,8$ - коэффициент запаса; d - диаметр вала.

Из полученных выражений после преобразований определим $R = KT/(fd)$. При посадке клеммы на вал с натягом принимают, что давление по контактной поверхности соединения распределено равномерно. В результате $R = 2KT/(\pi fd)$.

Для разъемной ступицы усилие затяжки болта $Q = R/z$.

Для разрезной ступицы примем, что при затяжке соединения происходит поворот полуступицы относительно точки A . Рассматривая условие равновесия полуступицы относительно точки A , запишем

$$\sum M_A = Qz(L + 0.5d) - 0.5dR = 0,$$

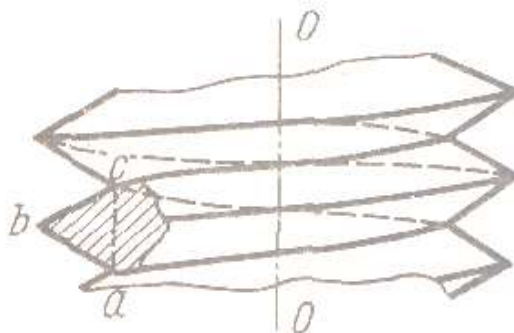
где L - расстояние от оси болта до оси вала;

z - число болтов соединения.

31. Резьбовые соединения, общая характеристика соединений.

Резьба — выступы, образованные на основной поверхности винтов или гаек и расположенные по винтовой линии.

Соединения деталей с помощью резьбы являются одним из старейших и наиболее распространенных видов разъемного соединения. К ним относятся соединения с помощью болтов, винтов, винтовых стяжек и т. д.



31.1.Классификация резьб по назначению



По форме основной поверхности:

цилиндрические и конические резьбы;

Наиболее распространена цилиндрическая резьба. Коническую резьбу применяют для плотных соединений труб, масленок, пробок и т. п.

По форме профиля;

треугольные, прямоугольные, трапецеидальные, круглые и другие резьбы.

По направлению винтовой линии;

правую и левую резьбы.

У правой резьбы винтовая линия идет слева направо и вверх, у левой — справа налево и вверх. Наиболее распространена правая резьба. Левую резьбу применяют только в специальных случаях.

Если витки резьбы расположены по двум или нескольким параллельным винтовым линиям, то они образуют многозаходную резьбу.

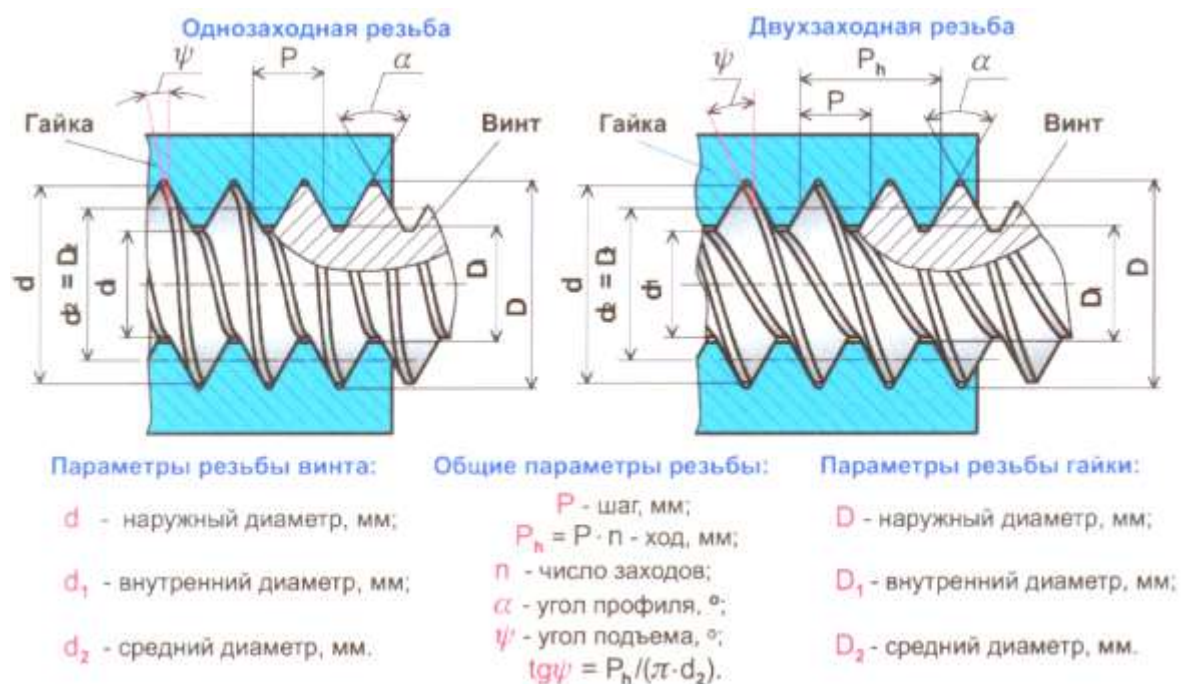
По числу заходов:

однозаходную, двухзаходную и т. д. резьбы.

Наиболее распространена однозаходная резьба. Все крепежные резьбы однозаходные.

Многозаходные резьбы применяются преимущественно в винтовых механизмах. Число заходов больше трех применяют редко.

31.2. Геометрические параметры резьбы.



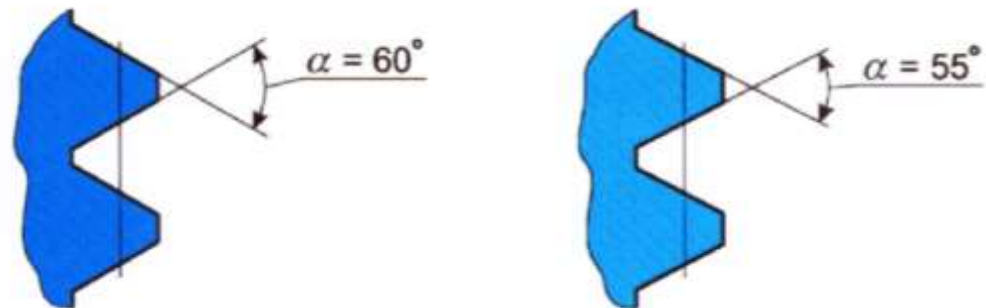
31.2-рис.

Основные типы резьб.

По назначению различают резьбы крепежные и резьбы для винтовых механизмов.

Резьбы крепежные:

метрическая с треугольным профилем — основная крепежная резьба;
 трубная — треугольная со скругленными вершинами и впадинами;
 круглая;
 резьба винтов для дерева.

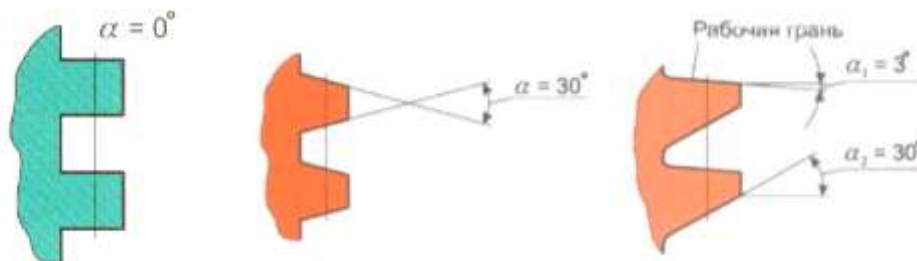


Метрическая

Дюймовая

31.3-рис

Резьбы винтовых механизмов (ходовые резьбы):



31.4-рис. Прямоугольная, трапецеидальная симметричная, несимметричная, или упорная

31.3. Расчет резьбы на прочность.

$$\tau = F / (\pi d_{cp} H K K_m) \leq [\tau] \quad (31.1)$$

для гайки:

$$\tau = F / (\pi D H K K_m) \leq [\tau] \quad (31.2)$$

где H — высота гайки или глубина завинчивания винта в деталь;

$K = ab/p$ или $K = ce/p$ — коэффициент полноты резьбы;

K_m — коэффициент неравномерности нагрузки по виткам резьбы.

Для треугольной резьбы $K \approx 0,87$, для прямоугольной $K \approx 0,5$, для трапецеидальной $K \approx 0,65$; $K_m \approx 0,6 \dots 0,1$ — большие значения при $\sigma_{вв} / \sigma_{вг} > 1,3$

где $\sigma_{вв}$ — предел прочности материала винта, $\sigma_{вг}$ — гайки.

Если материалы винта и гайки одинаковы, то по напряжениям среза рассчитывают только резьбу винта, так как $d_{cp} < D$.

Условие износостойкости ходовой резьбы по напряжениям смятия:

$$\sigma_{см} = F/(\pi D h z) \leq [\sigma_{см}], \quad (31.3)$$

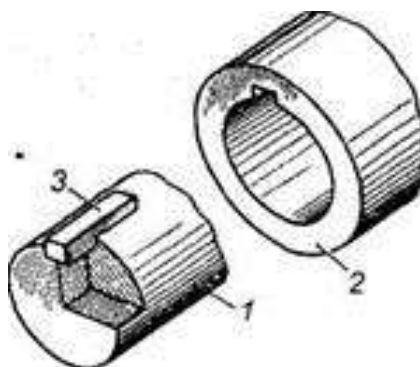
где $z = H/p$ — число рабочих витков (например, число витков гайки).

Коэффициент K_m здесь принят равным единице с учетом приработки ходовых резьб и при условии, что допускаемые напряжения принимают согласно накопленному опыту эксплуатации.

32. Шпоночные, шлицевые, профильные и штифтовые соединения

32.1. Шпоночные соединения.

Соединения со шпонками - служат для крепления вращающихся частей к валам или осям и передачи крутящего момента (шестерня, муфта, шкив и т. д.), состоят из валов, шпонок и ступиц колес (рис. 32.1).



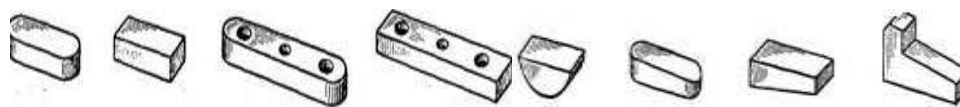
32.1-рис.1-вал; 2-ступица; 3-шпонка.

Шпоночные соединения могут быть как напряжённые, так и не напряжённые. В соединениях с натянутыми шпонками устанавливают клиновые шпонки, на которые, пока нагрузка не будет установлена, создается напряжение на смятие. Призматические и сегментные шпонки используются в соединениях с ненапряженными шпонками.

Преимущество шпоночных соединений: конструкция проста, легко собирается и разбирается. Главный недостаток: при выполнении в соединяемых деталях пазов под шпонку снижается их прочность.

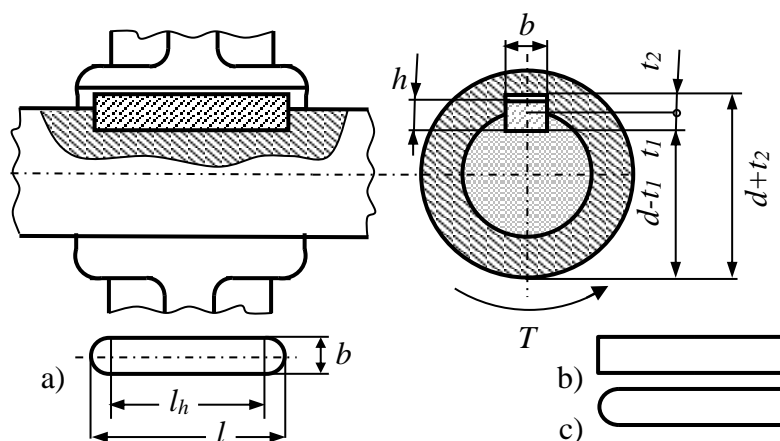
Шпонка представляет собой стальной сердечник, установленный на канавках вала и ступицы, служащий для передачи крутящего момента между

валом и ступицей (рис.32.2). Они бывают призматическими, сегментированными и клиновые. Основные виды шпонок стандартизированы.



32.2-рис.Шпонки.

Призматическое шпоночное соединение. Концы призматических шпонок могут быть закругленными, плоскими или закругленными с одной стороны и плоскими с другой. Размеры подбираются по диаметру вала, исходя из стандарта.



32.3-рис.

а - 1-й вариант шпонки; б - 2-й вариант шпонки; с-3-й вариант шпонки

Призматические шпонки бывают простыми (только для передачи крутящего момента) и направленными (для обеспечения движения по оси). На канавках вала устанавливаются обычные шпонки. С другой стороны, направляющие шпонки дополнительно фиксируются винтами.

Крутящий момент от вала к ступице передается по бокам шпонки. По бокам шпонки образуются напряжения смятия σ_e , а в продольном сечении напряжения на срез τ (рис.32.4). Часть шпонки, выступающая из вала,

рассчитывается на смятие. По бокам шпонки рассчитываем напряжение по условию прочности на смятие, создаваемое крутящим моментом:

$$\sigma_e = \frac{2T}{d(h-t_1)l_h} = \frac{2T}{dt_2l_h} \leq [\sigma_e]; \quad (32.1)$$

где: T – крутящий момент ($Hм$);

d -диаметр вала ($м$);

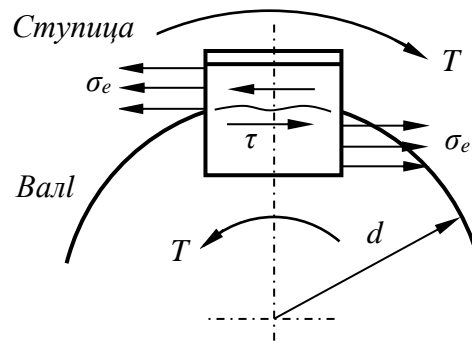
h -высота шпонки ($м$);

t_1 и t_2 -глубина пазов на валу и ступице;

$l_h=l-b$ – расчетная (рабочая) длина шпонки;

l и b -длина и ширина шпонки;

$[\sigma_e]$ – допустимое напряжение на смятие ($H/м^2$).



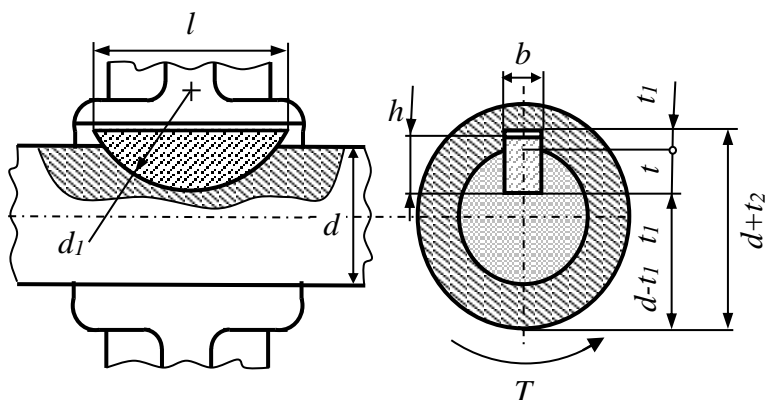
32.4-рис. Соединение вал-ступица

Условие прочности шпонки на срез:

$$\tau_k = \frac{2T}{dbl_h} \leq [\tau_k]; \quad (32.2)$$

где: $[\tau_k]$ - допустимое напряжение сдвига ($H/м^2$).

Сегментные шпоночные соединения. Сегментные шпонки представляют собой сегментные пластины, установленные круглой стороной на сегментном пазу вала (рис.32.5). Сегментные шпонки используются в соединениях с относительно небольшим крутящим моментом, их изготовление и пазов в деталях просты, легко собираются и снимаются. Высота шпона $h = 0,4 d$; длина $l=d$.



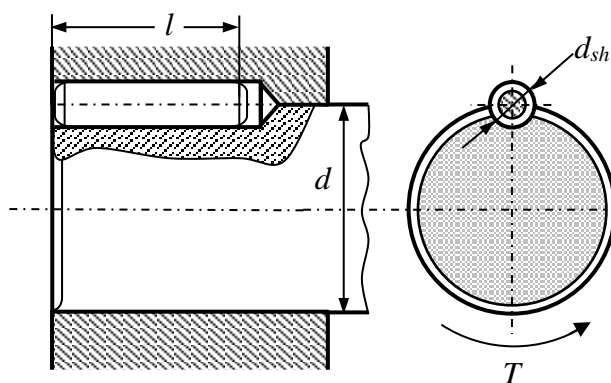
32.5-рис. Сегментная шпонка.

Сегментные шпонки также проверяются на смятие и дополнительно срез, так как они узкие:

$$\sigma_e = \frac{2T}{d(h-t)l} \leq [\sigma_e]; \quad (32.3)$$

$$\tau_k = \frac{2T}{db l} \leq [\tau_k]. \quad (32.4)$$

Цилиндрические шпоночные соединения. Цилиндрические шпонки применяют в тех случаях, когда детали крепятся на торцах валов (рис.32.6).



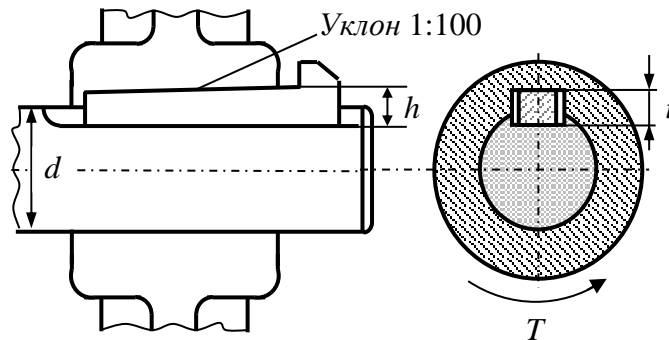
32.6-рис. Цилиндрические шпоночные соединения

После того, как деталь закреплен на валу, отверстие сверлят, а затем в это отверстие с натяжением вставляют цилиндрическую шпонку. Выбранную шпонку проверяют на смятие:

$$\sigma_e = \frac{4T}{d l d_{sh}} \leq [\sigma_e]. \quad (32.5)$$

Клиновые шпоночные соединения. Верхняя поверхность клиновой шпонки и канавка на ступице детали обрабатываются под наклоном (рис.32.7). Крутящий момент передается за счет силы трения, создаваемой уплотнением верхней и нижней поверхностей шпонки. Такую шпонку можно использовать,

когда деталь крепится только к краю вала. Установка шпонки с натягом смещает центры деталей, вызывая дисбаланс и не позволяя ей работать на высоких скоростях. Поэтому они в основном используются в медленно движущихся, высоко нагруженных механизмах.



32.7-рис. Клиновые шпоночные соединения

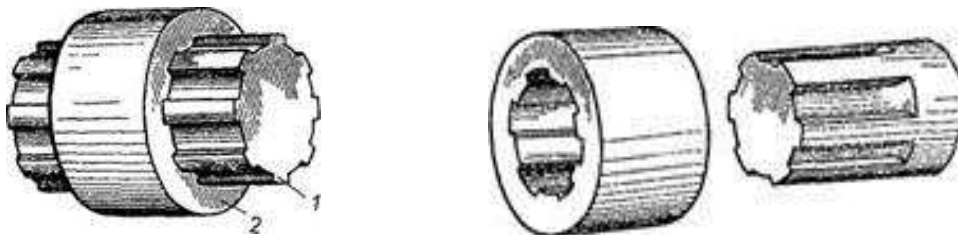
Прочность такого соединения проверяют следующим образом:

$$\sigma_e = \frac{2T}{bl(fd + \frac{b}{e})} \leq [\sigma_e]; \quad (32.6)$$

где: b - ширина шпонки; l - длина; d - диаметр вала; f - коэффициент трения ($f=0,15...018$ для стали и чугуна).

32.2.Шлицевые (зубчатые) соединения.

Шлицевые (зубчатые) соединения – зубья на валу будут внешние, а на ступице-внутренние (рис.32.8).



32.8-рис. 1-шлицевой вал; 2-шлицевая втулка-ступица

Шлицевые соединения обладают следующими преимуществами: деталь хорошо центрируется на валу, может передавать большой крутящий момент, высокая надежность при динамической (ударной) нагрузке. Недостатком является сложность их изготовления и высокая стоимость.

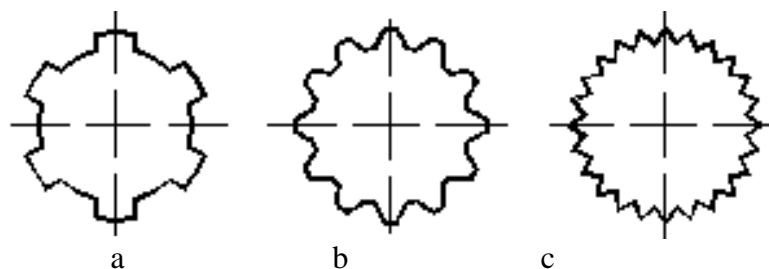
Стороны зубьев являются рабочими поверхностями, через которые передается крутящий момент.

Вал и ступицы изготавливаются таким образом, чтобы стороны или цилиндрические поверхности зубьев располагались друг на друге без сколов. Поэтому шлицевые соединения делятся на центрированные по бокам, внутренним или внешним диаметрам.

Центровка по диаметрам обеспечивает высокую однородность валов и ступиц, а центровка по бокам обеспечивает равномерное распределение нагрузки на зубья.

По описаниям соединений они бывают неподвижными (деталь крепится к валу) и подвижными (деталь перемещается по валу).

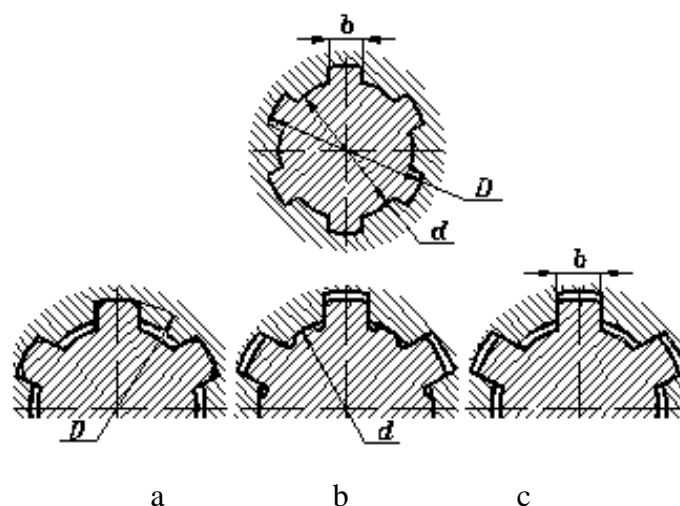
По форме шлицев соединения делятся на три основных типа: прямозубые ($z=6, 8, 10, 12$), эвольвентные ($z=12, 16$ и более) и треугольные ($z=24, 36$ и более) (рис.32.9).



32.9-рис. Формы шлицев
а - прямозубая, б - эвольвентная, с-треугольная

Шлицевые соединения с прямыми зубьями – наиболее часто используемые и стандартизированные в машиностроении. По условиям эксплуатации для таких шлиц по стандарту определены три серии: легкие, средние и тяжелые. Они отличаются друг от друга количеством и размерами шлиц.

Детали центрируют относительно вала тремя способами: по внешнему диаметру (D), по внутреннему диаметру (d) или по сторонам (b) (рис.32.10, a, b, c).



32.10-рис.Центрирование шлиц

Если спрос на то, чтобы вал и ступица были одинаковыми, высок, D и d центрируются по диаметрам. Если условия работы тяжелые, ударная или реверсивная нагрузка, центрируется по бокам b .

Эвольвентные шлицевые соединения – такие соединения стандартизованы, как и соединения для прямозубых шестерен. Угол зацепления $\alpha=30^\circ$. Центрируется по бокам и внешним диаметрам. По сравнению с прямозубыми, они имеют более высокую прочность и лучшее центрирование вала на ступице. Используется для передачи больших крутящих моментов при высокой точности центрирования.

Шлицевые соединения с треугольными зубьями – они не стандартизованы, в основном используются в неподвижных соединениях. Они центрируются по бокам, имея много мелких зубцов. В тонкостенных ступицах и полых валах для передачи крутящих моментов используется небольшой крутящий момент.

Расчет шлицевых соединений. Изгиб и кручение в процессе работы приводят к вибрационному смещению вала и ступицы (втулки), в результате чего рабочие поверхности шлицев разъедаются и раздавливаются. Шлицы в основном проверяются на смятие и срез.

Напряжение на смятие по бокам шлицев:

$$\sigma_e = \frac{2T}{Kzhd_m l} \leq [\sigma_e]; \quad (32.7)$$

где: T - крутящий момент ($Нм$); d_m -средний диаметр ($м$); z -количество шлицев;

h - внутренняя высота зуба; l -внутренняя длина шлица;

K -коэффициент, учитывающий неравномерное распределение нагрузки.

$$d_m = \frac{D + d}{2}; \quad h = \frac{D - d}{2} - 2f;$$

где: f -размер фаски.

Условие прочности на срез:

$$\tau = \frac{P}{zlb} \leq [\tau]; \quad (32.8)$$

$$P = T / R_m ;$$

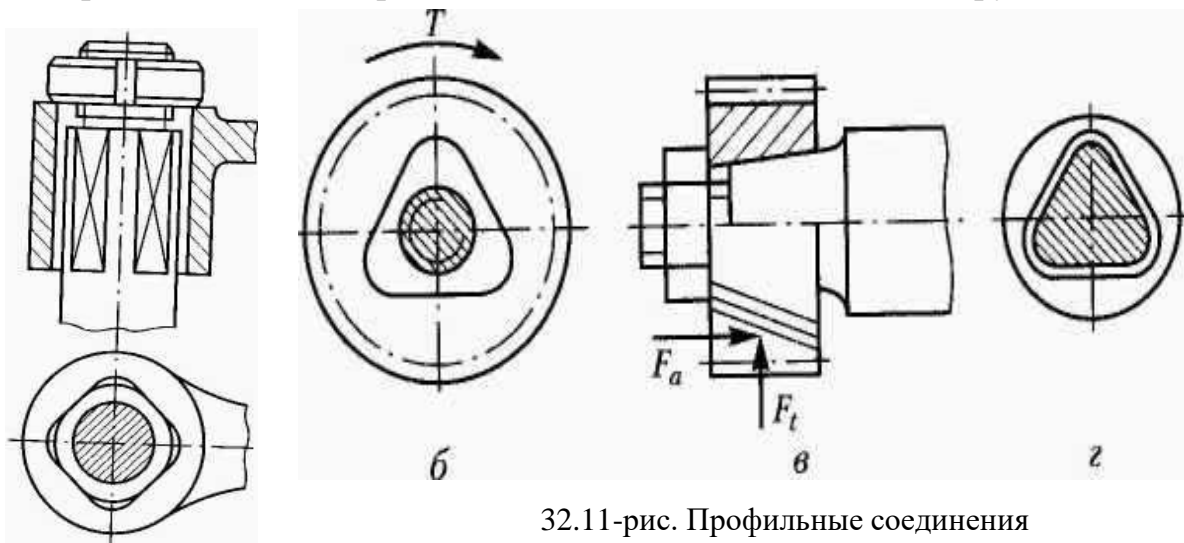
где: R_m -средний радиус шлицы.

32.3.Профильные соединения

Профильным называется соединение, у которого сопрягаемые поверхности составных частей изделия имеют форму определенного профиля.

Профильные соединения могут иметь самую разную форму - скоса, прямоугольника, эллипса и тому подобные.

Наиболее распространенным примером такого соединения является посадка ручек или маховиков на оси и валы с концами квадратного сечения. Более совершенны профильные соединения с овальным контуром, которые могут быть цилиндрическими или коническими; последние применяют при передаче не только вращающего момента, но и осевой нагрузки.



32.11-рис. Профильные соединения

Достоинства профильных соединений по сравнению со шпоночными и шлицевыми следующие: в соединениях с овальным контуром практически отсутствует концентрация напряжений, обеспечивается лучшее центрирование деталей: отсутствие резких переходов и форме сечения снижает опасность появления трещин при термообработке.

Недостатки профильных соединений по сравнению со шлицевыми является возникновение действующих на ступицу распорных сил и значительно большие напряжения смятия, в результате чего нагрузочная способность профильных соединений меньше, чем шлицевых, сложность в изготовлении профильного отверстия.

32.4. Штифтовые соединения.

Штифтовые соединения служат для соединения осей и валов с установленными на них деталями при передаче небольших вращающихся моментов. Штифты представляют собой цилиндрические или конические валики.

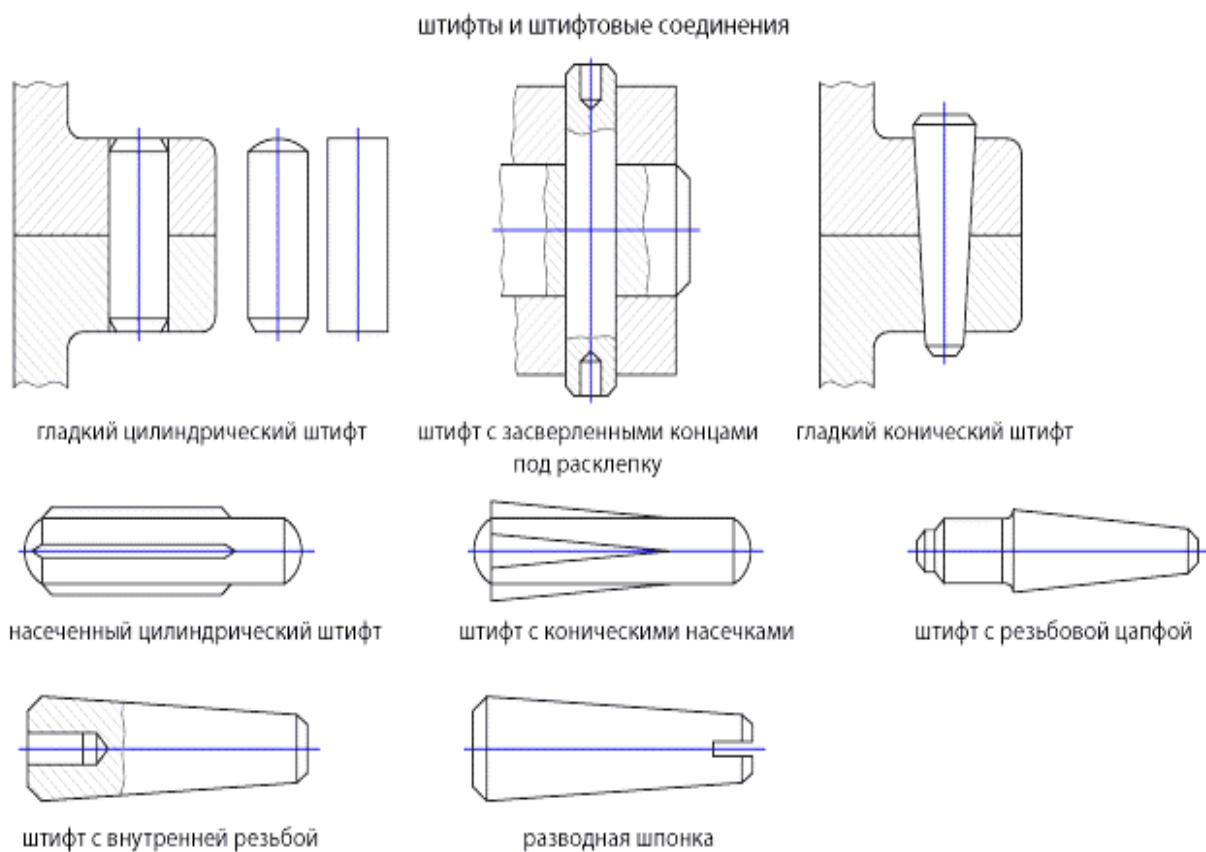
Наиболее распространены штифты:

А) цилиндрический - незакаленные диаметром от 0,6 до 50 мм по ГОСТ 3128-70 или закалённые диаметром от 0,6 до 20 мм по ГОСТ 24269-80;

Б) конический (конические штифты изготавливают с конусностью 1 : 50, обеспечивающей самоторможение) ГОСТ 3129-70;

В) с насечками. Штифты с насечками устанавливаются в отверстия изготовленные грубой обработкой - сверлением.

Преимуществами штифтовых соединений является простота конструкции, удобство монтажа. К недостаткам можно отнести ослабление основных деталей отверстиями под штифты, не технологичность конструкции и ограничение передаваемых нагрузок.



32.12-рис. Штифтовые соединения

Контрольные вопросы по разделу

1. Классификация типовых деталей машин. Требования, предъявляемые к современным машинам. Этапы проектирования ДМ и стадии разработки конструкторской документации.
2. Виды нагрузок, действующих на ДМ. Типовые циклы изменения напряжений в сечениях ДМ.
3. Основные критерии работоспособности ДМ.
4. Соединения.
5. Классификация резьб. Геометрические параметры резьб. Основные типы резьб.

6. Момент сопротивления заворачиванию гаек и винтов: момент сопротивления в резьбе и момент сопротивления на опорной поверхности гаек и винтов.
7. Расчет витков крепежных и ходовых резьб.
8. Расчет на прочность стержня незатянутого болта, нагружаемого только внешней осевой силой.
9. Расчет группы болтов. Допущения при расчете группы болтов. Порядок расчета группы болтов.
10. Соединения призматической, цилиндрической, сегментной, клиновой, тангенциальной шпонками: особенности конструкций, достоинства и недостатки, расчеты на прочность.
11. Зубчатые (шлицевые) соединения: достоинства и недостатки, классификация, расчет.
12. Расчет соединения с гарантированным натягом (прессового).
13. Виды сварных соединений и расчеты их на прочность.
14. Передаточные механизмы
15. Назначение и разновидности механических передач. Основные силовые, энергетические и кинематические соотношения для механических передач вращательного движения.
16. Усилия в зацеплении цилиндрических прямозубых колес и расчетная нагрузка.
17. Вывод формулы для определения напряжения изгиба в опасном сечении на переходной поверхности зуба колеса цилиндрической прямозубой передачи.
18. Выбор допускаемых напряжений при расчете цилиндрических передач на контактную и изгибную выносливость зубьев.
19. Достоинства и недостатки косозубых передач и шевронных. Геометрия косозубых колёс. Коэффициент перекрытия зубьев в косозубых передачах.
20. Усилия в зацеплении цилиндрических косозубых колес. Особенности расчета косозубых передач на контактную и изгибную выносливость.

21. Конические передачи: достоинства и недостатки, классификация, геометрия конических колёс. Усилия в зацеплении конических колёс. Особенности расчета конических передач на контактную и изгибную выносливость.
22. Червячные передачи: достоинства, недостатки, классификация. Геометрия колёс и кинематика червячной передачи. Усилия в зацеплении колёс. Особенности расчета червячных передач по контактным и изгибным напряжениям.
23. Цепные передачи: достоинства, недостатки, классификация. Конструкции приводных цепей.
24. Расчет роликовых цепей на износостойкость шарнира. Проверка прочности цепи на разрыв. Оценка долговечности цепи.
25. Нагрузка на вал от звездочки цепной передачи.
26. Ременные передачи: достоинства, недостатки, классификация.
27. Материалы и конструкции плоских и клиновых приводных ремней. Усилия и напряжения в ветвях ремня.
28. Расчёт на тяговую способность по кривым скольжения. Нагрузки на вал от шкива ремённой передачи.
29. Проектировочные расчеты валов на прочность (ориентировочный и приближенный).
30. Проверочный (уточненный) расчет вала на сопротивление усталости.
31. Подшипники скольжения. Приближенный расчет подшипников скольжения на износостойкость и отсутствие перегрева.
32. Подшипники качения: достоинства, недостатки, классификация, условное обозначение. Схемы установки подшипников качения на валах.
33. Подбор подшипников качения по статической грузоподъемности.

Список литературы

1. Скойбеда, А.Т. Прикладная механика / А.Т. Скойбеда. [и др.]; под общ. ред. А.Т. Скойбеда. – Минск: Вышэйшая школа, 1997. – 522 с.
2. Скойбеда, А.Т. Детали машин и основы конструирования / А.Т. Скойбеда, А.В. Кузьмин, Н.Н. Макейчик, - Минск: Вышэйшая школа, 2006. – 584 с.: ил.
3. Курмаз, Л.В. Детали машин. Проектирование / Л.В. Курмаз, А.Т. Скойбеда. – Минск: УП «Технопринт», 2006. – 290 с.
4. Сурин, В.М. Прикладная механика: Учебное пособие / В.М. Сурин. – 3-е изд., испр. – Минск: Новое знание, 2008, - 388 с.
5. Николаенко, В.Л. Прикладная механика. Расчет типовых элементов конструкций: Учебное пособие / В.Л. Николаенко. – Минск: Изд-во Гревцова, 2010. – 386 с.: ил.
6. Прикладная механика: курсовое проектирование: Учебное пособие / В.Л. Николаенко [и др.]; под ред. А.Т. Скойбеда. – Минск: БНТУ, 2010. – 177 с.
7. Николаенко, В.Л. Механика: Учебное пособие. В 2 ч. Ч1. Ч2. / В.Л. Николаенко. – 2-е изд., испр. – Минск: БНТУ, 2007. – 267 с.; 447 с.
8. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики / С.М. Тарг. – Москва: Наука, - 1998. – 416 с.
9. Мещерский, И.В. Сборник задач по теоретической механике / И.В. Мещерский [и др.]; под общ. Ред. Н.В. Бутенина. – Москва: Наука, 1981. – 480 с.
10. Ковалев, Н.А. Прикладная механика / Н.А. Ковалев – Москва: Высшая школа, 1982. – 400 с.
11. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский – Москва: Наука, 1975. – 639 с.
12. Юдин, В.А. Сборник задач по теории механизмов и машин / В.А. Юдин, Г.А. Барсов, Ю.Н. Чупин. – Москва: Высшая школа. – 1982. – 215 с.
13. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев. – Москва: Наука, 1979. – 559 с.

14. Степин, Н.А. Сопротивление материалов / Н.А. Степин. – Москва: Высшая школа, 1983. – 303 с.
15. Гузенков, П.Г. Детали машин / П.Г. Гузенков. – Москва: Высшая школа, 1982. – 351 с.
16. Иванов, М.Н. Детали машин / М.Н. Иванов. 6-е изд. – Москва: Высшая школа, 2000. – 383 с.
17. Я.У.Исмадияров, Ш.Б.Мадалиев, Ж.М.Бегатов. Детали машин курсовое проектирование. -Firdavs-shox, 2024. 155 с.П.55